

# NOTAS SÔBRE NIVELAMENTOS BAROMÉTRICOS

ALLYRIO HUGUENEY DE MATTOS  
Diretor da Divisão de Cartografia do C.N.G

## I — CONSIDERAÇÕES GERAIS

Em 1951, publicamos na *Revista Brasileira de Fotogrametria* um artigo intitulado “Barômetros, Aneróides e Altímetros,” com o objetivo de alertar os profissionais a respeito da possível confusão sôbre a natureza dos instrumentos ali citados, como também esclarecer certos pontos, que, não levados em consideração, podem desmoralizar o método de nivelamento barométrico.

Como êsse tipo de nivelamento é hoje em dia, cada vez mais usado, não só nos reconhecimentos geográficos e topográficos, mas principalmente nos trabalhos de contrôle fotogramétrico, onde se exige a precisão de um metro, parecia-me necessário voltar ao assunto.

Considerando que muitos leitores desta revista não terão lido a *Revista Brasileira de Fotogrametria*, julgamos de bom alvitre repetir aqui, pelo menos, os conceitos fundamentais expendidos naquele artigo. Em seguida desenvolveremos mais o assunto, a fim de mostrar o grande proveito que se pode tirar do método, principalmente quando se dispõe de aneróides ou altímetros modernos, de grande sensibilidade.

Voltando, pois, ao artigo acima citado, resumiremos os pontos fundamentais.

Em primeiro lugar, nêle chamamos a atenção do leitor para o fato que, barômetros, aneróides e altímetros são afinal de contas instrumentos destinados simplesmente à medida da pressão atmosférica, diferindo o primeiro dos outros dois sômente pelo modo de construção (barômetros usam mercúrio e aneróides ou altímetros baseiam-se em uma caixa ou capsula metálica, em cujo interior se faz vácuo) e diferindo os altímetros dos aneróides sômente pelo mostrador que nestes indica a pressão atmosférica em milibares ou milímetros de mercúrio e naqueles indica a altitude baseada em uma relação teórica tirada da fórmula clássica, chamada simplesmente “fórmula barométrica”.

Passamos em seguida à análise do fenômeno, mostrando que a rigor não existe uma relação constante entre pressão e altitude, como fazem crer todos os altímetros.

Com efeito, em qualquer altímetro a uma dada pressão corresponde sempre a mesma altitude, o que contraria a natureza do fenômeno.

Para corrigir o êrro, os fabricantes mandam introduzir uma correção de temperatura, o que não basta, porque chegariam por êsse artifício à conclusão que para uma dada pressão sob dada temperatura, corresponde uma única altitude o que ainda não é verdade.

Sabemos que em um dado lugar a pressão atmosférica apresenta variações diurnas, estacionais, e ocasionais ou acidentais, devidas às condições meteorológicas.

Assim, por exemplo, aqui a pressão oscila diàriamente em média 4 milímetros, apresentando dois máximos (por volta de 11 horas e 23 horas) e dois mínimos (por volta de 4 horas e 15 horas) enquanto a temperatura apresenta um máximo nas voltas de 15 horas e um mínimo nas voltas de 4 horas.

Esta observação é suficiente para pôr em evidência a falta de correspondência entre a pressão e a temperatura. A variação estacional é mais fácil de explicar porque sendo a temperatura mais baixa no inverno que no verão, a atmosfera, obedecendo às leis de BOYLE-MARIOTTE e GAY LUSSAC, será mais densa no inverno, e a pressão conseqüentemente maior.

As variações ocasionais devidas às condições meteorológicas produzidas pelas chamadas altas ou baixas, (anticiclones e ciclones) presentes nas proximidades de tempestades ou mesmo durante estas, são muito mais pronunciadas, podendo exceder de 10 milímetros de mercúrio.

Quando se considera que cada variação de 1 mm de mercúrio corresponde aproximadamente a 11 metros em altitude, vê-se imediatamente que podemos cometer erros que vão de 40 a 100 metros ou às vezes mais.

Há aneróides que trazem a dupla graduação, isto é: em milímetros de mercúrio e em metros. Êstes parecem-nos mais fáceis de controlar e pôr em evidência a falsa correspondência. Se a correspondência fôr uniforme, isto é: se a cada decréscimo de pressão apresentar êle um mesmo acréscimo de altitude há um erro evidente. Já temos visto instrumentos com graduações nessas condições. (Veja-se adiante grau barométrico). Se o altímetro traz sômente a graduação altimétrica, não podemos tirar qualquer conclusão, a não ser percorrendo trajetos onde se possa atingir altitudes conhecidas por outra espécie de nivelamento e comparando as altitudes determinadas barométricamente com aquelas.

Mostramos em seguida que a fórmula barométrica é baseada nas 2 seguintes hipóteses:

a) a atmosfera obedece às leis de BOYLE-MARIOTTE e GAY-LUSSAC (o que é apenas aproximativo em vista de não ser a atmosfera um gás perfeito).

b) A atmosfera está em equilíbrio estático (isto é: cada elemento de atmosfera está equilibrado por duas pressões iguais e opostas, a saber: a pressão produzida pelo pêso da coluna atmosférica superior e pressão da coluna inferior).

A fórmula barométrica exprime na realidade a diferença de altitude de 2 pontos em função das pressões atmosféricas nesses mesmos pontos, suposto que: os dois pontos estão na mesma vertical e que as pressões foram medidas no mesmo instante. As condições exigidas pela fórmula não são satisfeitas na prática. Tratando-se de determinação de altitudes de 2 pontos não situados na mesma vertical é necessário que os pontos não sejam, muito afastados entre si, e que as condições atmosféricas sejam iguais nos dois pontos, para que a hipótese do equilíbrio estático possa ser aceita.

Damos a seguir a fórmula clássica, para proceder a uma análise mais completa. Consideremos dois pontos M e N. Em N conhece-se a sua altitude e chama-lo-emos ponto fixo ou de referência; em M quer-se determinar a altitude:

Sejam:

B e b as pressões em M e N

H e h as altitudes em M e N

$t$  = média das temperaturas  $t_1$  e  $t_2$  do ar em M e N

$e$  = média das tensões do vapor d'água nos dois pontos

$L$  = latitude geográfica dos dois pontos, supostos situados na mesma coluna (ou muito próximos).

$p$  = média das pressões B e b

$H_m$  = média das altitudes obtidas com uma ligeira aproximação

$r$  = raio da terra

Seja  $a_1$  a primeira aproximação da diferença de altitudes, dada pela primeira parte da fórmula:

$$a_1 = 18\,400 \log. \left( \frac{B}{b} \right) \text{ ou:}$$

$$a_1 = 18\,400 \log. B - 18\,400 \log. b \quad (1)$$

Valor êste, que pode ser obtido por meio de tabelas ou pela simples leitura da graduação existente no altímetro (tábua I)

Temos agora os chamados termos corretivos que tomam em consideração a temperatura, tensão do vapor d'água latitude e altitude. São êles:

$$0,00366 a_1 t + 0,377 a_1 e/p + 0,00265 a_1 \cos 2L + \frac{2 a_1 H}{r} \quad (2)$$

As grandezas B, b, e e p podem ser expressas em milímetros ou milibares. O milibar (mb) vale 3/4 de milímetro de Hg e o mm Hg vale 4/3 de mb. O primeiro termo da fórmula (2) considera a temperatura do ar. Como a variação da temperatura altera a densidade do ar, esta por sua vez altera a pressão e por conseguinte afeta o resultado obtido pela fórmula (1). Êste termo pode também ser tabelado (tábua II).

O segundo termo, geralmente descurado, por ser mais difícil de observar, deve ser responsabilizado por uma parte considerável dos erros cometidos no nivelamento barométrico. A sua falta anula de princípio qualquer veleidade de precisão que se pense atribuir ao nivelamento barométrico.

Para mostrar a sua importância, basta examinar alguns números. No Rio de Janeiro, a tensão do vapor d'água oscila entre os valores médios de 18 a 25 mb (milibar) ou de 13,5 e 18,7 mmHg (milímetros de mercúrio). Consideremos a média desses dois valores: 21,5 mb ou 16,1 mm. Para uma pressão média de 1 000 mb = 750 mm Hg e uma diferença de altitudes de 200 metros, a correção de umidade será:

$$\left. \begin{array}{l} 0,377 \times 200 \times 21,5/1\,000 \text{ (mb)} \\ 0,377 \times 200 \times 16,1/750 \text{ (mm)} \end{array} \right\} = 1,6 \text{ m}$$

Em Sena Madureira, Acre, onde a tensão do vapor d'água vai de 28 a 33 mb, para os mesmos valores dados acima e adotando a média 30,5 mb, teríamos:

$$0,377 \times 200 \times 30,5/1\,000 = 2,3 \text{ m}$$

Não precisamos mais exemplos para mostrar o êrro que produz no nivelamento barométrico a simples ausência da correção de umidade.

O terceiro termo, dependente da latitude geográfica só atinge valores apreciáveis em diferenças de nível superiores a 250 metros. No Brasil, pode se dar a este termo com muito pequeno erro o valor aproximado:

$$0,002 a_1 \text{ em lugar de } 0,00265 a_1 \cos 2L$$

Como exemplo teríamos para uma diferença de 250 metros

$$0,002 \times 250 = 0,5 \text{ m}$$

O último termo raramente ultrapassará 0,1m.

Antes de prosseguir, queremos ainda fazer algumas considerações sobre os altímetros, todos eles de fabricação européia ou americana.

A fim de simplificar as operações, esses altímetros procuram estabelecer a relação entre as altitudes e pressões, baseados em condições médias.

JORDAN, no seu famoso livro *Vermessungskunde* 2.º volume, 2.ª parte, diz que na Alemanha o valor médio da tensão de vapor d'água é 7,2 mm. Nos nossos climas tropicais ou semitropicais, tal valor existe somente no alto do Itatiaia em 2 meses de inverno e no Nordeste por ocasião das secas. Geralmente os valores mais baixos são encontrados nas maiores altitudes e climas mais frios como Lajes (SC), Caxias (RGS), São Lourenço (MG), etc. onde podem atingir às vezes o valor dado por JORDAN ao passo que nos lugares baixos e climas quentes, os menores valores já são da ordem de 13 mm e os máximos podem atingir 25 mm.

Baseado nas médias admitidas por JORDAN para a Alemanha:

$$\text{Latitude } 50^\circ, H_m = 500\text{m}, e/p = \frac{7,2}{720} = 0,01, \text{ o coeficiente da fórmula}$$

barométrica passa a ser 18 464 em lugar de 18 400.

Os altímetros Paulin, muito usados entre nós e recomendáveis por sua alta sensibilidade têm a sua graduação altimétrica, baseada, na temperatura de 10°C,  $e/p = 0,01$  e  $H = 500\text{m}$  resultando para o coeficiente da fórmula um acréscimo da ordem de 4% isto é: passando de 18 400 a 19 136.

Nessas condições, o uso dos altímetros Paulin no Brasil, necessita correções suplementares relativas à temperatura cuja origem é 10° C, à umidade, cuja relação origem é  $e/p = 0,01$  e à latitude 50.º.

Portanto, podemos escrever a fórmula adaptável ao uso do altímetro Paulin, convenientemente corrigida e aceitando a graduação altimétrica, tal como ela se apresenta e observando ainda que a pressão adotada para o nível médio do mar é de 762 mm Hg ao invés de 760.

Assim teremos na graduação altimétrica a expressão:

$$a_1 = 19\,136 \log. \left( \frac{B}{762} \right)$$

As correções a acrescentar serão:

- a) Para a temperatura:  $0,00366 h_1 (t-10)$  (tabelada no folheto fornecido pela fábrica).
- b) Para a umidade: (negligenciada pelo fabricante):  
 $0,377 (e/p - 0,01)$
- c) Para a latitude:  
 $(0,002 + 0,00045) a_1 = 0,0025 a_1$

Vê-se que a correção de umidade para o menor valor do Rio de Janeiro, por exemplo será em média:

$$e = 16 \text{ mm e } p = 750 \text{ mm}$$

$$0,377 \left( \frac{16}{750} - 0,01 \right) a_1 = 0,0043 a_1$$

o que daria para uma diferença de nível de 250 metros uma correção de 1,08 metros.

Parece-nos ficar bastante esclarecido que não se pode abandonar a correção de umidade, quando se quer obter altitudes com erro inferior a 1 metro como é o caso do contrôlo fotogramétrico.

Cumpre-nos ainda alertar os leitores para a ilusão a que podem ser levados pelo bom erro de fechamento que possa apresentar um circuito fechado barométricamente nivelado. As considerações acima mostram claramente que, quaisquer que sejam os coeficientes adotados pelas graduações altimétricas, em um circuito fechado cuidadosamente nivelado, com um barômetro fixo de comparação (que é o método mais recomendável), o erro de fechamento poderá ser nulo mesmo, apesar das altitudes intermediárias estarem tanto mais erradas quanto maiores forem as diferenças de altitudes observadas. O erro de um circuito fechado revela apenas as variações de pressão devidas às alterações atmosféricas locais, a imprecisão das medidas e a imprecisão intrínseca da própria fórmula.

A única prova eficaz da precisão de um nivelamento barométrico é a que fôr obtida em circuitos abertos ou fechados nos quais se encontrem referências de nível (RN) estabelecidas por nivelamento geométrico (e em certas condições por nivelamentos taqueométricos).

Devemos ainda fazer algumas considerações sôbre os altímetros americanos.

Há dois tipos de graduação, um baseado nas tábuas da Smithsonian Meteorological Tables, Fifth Edition revised; a outra é a da NACA Standard Atmosphere (NACA = National Advisory Committee for Aeronautics).

A primeira baseia-se na temperatura de 15°C e pressão normal de 759,5 mm Hg.

A segunda, mais adaptada à navegação aérea, adota uma temperatura variável com a altitude e baseado no grau hipsométrico (0,0065°C de diminuição de temperatura para cada metro de elevação ou 1°C para 154 m).

Dêste modo, a temperatura correspondente a cada altitude é vizinha da temperatura normal, o que é muito conveniente na determinação da altitude do avião, porque pela simples leitura do altímetro já se obtém uma precisão satisfatória, sem qualquer correção de temperatura.

Vê-se imediatamente que tal graduação não é conveniente às determinações topográficas, a menos que se faça a redução das leituras obtidas nesses altímetros à leitura correspondente à temperatura constante.

Os aneróides Wallace Tierman usam a graduação do primeiro tipo acima descrito, enquanto os altímetros destinados à navegação aérea usam a graduação da NACA.

## 2 — MÉTODOS DE NIVELAMENTOS BAROMÉTRICOS

Na prática, procura-se sempre percorrer um dado circuito, no qual se fazem muitas determinações. É conveniente por conseguinte estabelecer um método de trabalho, que aumente o rendimento de serviço.

Qualquer que seja o método adotado, é sempre muito importante ter em vista as seguintes condições:

- 1.º — Os vários aneróides ou altímetros devem ser comparados entre si com a maior freqüência possível, no mínimo todos os dias.
- 2.º — Deve ser conhecido o tipo de graduação altimétrica de cada instrumento, para que os resultados possam ser comparáveis. Tratando-se de altímetros de fabricantes diferentes, será necessário submetê-los a um teste em câmara de vácuo.
- 3.º — Os pontos a determinar não devem estar afastados entre si de mais de 50 km., sendo desejável não ultrapassar 30 km.
- 4.º — Nunca expor o instrumento demoradamente ao sol, esperar sempre alguns minutos até que ele se “ambiente” (porque há sempre um retardamento) e evitar que as observações sejam feitas em baixo de matas fechadas. A umidade nessas condições é mais elevada que a normal e pode produzir resultados errôneos. Em picos elevados onde reina vento muito forte, a pressão é mais baixa, ocasionando excesso de altitude no cálculo.
- 5.º — Observar visualmente que o estado atmosférico seja uniforme em tôda a região e recusar observações em tempo perturbado (temporais, ventanias, aguaceiros, etc.). Tempo encoberto não prejudica as observações desde que tôda a região nivelada esteja sob as mesmas condições.
- 6.º — A temperatura deve ser observada à sombra. Mais adiante voltaremos a êste tópico quando tratarmos da umidade.
- 7.º — O termômetro costuma ser o de funda isto é: susceptível de ser pendurado por um cordel. Na ocasião da observação deve-se girar o termômetro com auxílio do cordel, pelo menos um minuto e então fazer a leitura.
- 8.º — Quanto à umidade, pode ela ser medida de dois modos: pelo psicrômetro ou pelo higrômetro.

O psicrômetro consiste em dois termômetros, um, chamado sêco, que geralmente é um termômetro de funda e o outro úmido, cujo bulbo é envolvido por um tubo de musselina ou algodão, que por sua vez é mergulhado em um pequeno vaso contendo água. Esta sobe por capilaridade pela musselina e evapora-se fazendo baixar a temperatura do termômetro.

Chamemos  $t$  e  $t'$  as temperaturas do termômetro sêco e úmido. Com o valor da temperatura  $t'$  (úmida), entra-se na tábua III, no fim dêstes artigo e dali se tira a tensão máxima do vapor d'água em função dessa temperatura. Chame-mos  $e'$  essa tensão.

A tensão d'água na temperatura  $t$  (do ar) é obtida pela fórmula aproximada,

$$e = e' - 0,66 (t-t') (1 + 0,00115t') p/1000$$

Não há a rigor necessidade de 2 termômetros. Com um único, depois de tomar a temperatura a sêco, aplica-se a musselina ao bulbo e após uma espera de alguns minutos para a estabilização da temperatura pode-se ler o termômetro.

Pode-se também usar o higrômetro de cabelo que dá a umidade relativa. Neste caso, precisa-se ainda do termômetro sêco, para calcular a tensão do vapor



É necessário que as bases estejam no contôrno da região, quer dizer que contenham entre elas tôda a região a nivelar, de modo a evitar que as distâncias entre qualquer ponto interior e qualquer das bases ultrapasse o limite de 30 km.

São necessários três altímetros ou aneróides e outros tantos psicrômetros e relógios. Dois aneróides ficam fixos nas duas bases M e N. O terceiro será ambulante. Em cada base serão observadas: pressão, temperatura, umidade e hora cada 30 minutos prèviamente combinados.

Suponhamos agora que o ambulante a uma hora H faz suas observações em um ponto A.

Com os elementos obtidos e os interpolados em M e N para a hora H da observação, pode-se calcular a altitude do ponto A referido a cada uma das bases. Como serão naturalmente obtidas duas alturas um pouco diferentes, calcula-se uma correção proporcional a cada diferença de nível, que, aplicada a cada diferença obtida, dará uma altitude ajustada. O seguinte exemplo pode esclarecer melhor:

$$\text{Altitude de M} = 382 \text{ m} = Mv$$

$$\text{Altitude de N} = 238 \text{ m} = Nv$$

$$\text{Diferença M - N} = 144 = Dv$$

De acôrdo com as observações, foram obtidos os seguintes valores:

$$\text{Diferença de nível entre M e A isto é: } M-A = 54 \text{ m}$$

$$\text{Diferença de nível entre A e N isto é: } A-N = 88 \text{ m}$$

$$\text{S O M A} = M - N = 142 \text{ m}$$

$$\text{Verdadeira diferença (Dv = Mv - Nv)} = 144 \text{ m}$$

$$\text{êrro cometido} = -2 \text{ m}$$

Calculam-se pois as correções baseadas nas proporções:

$$\frac{x}{2} = \frac{54}{142} \text{ donde } x = \frac{2 \times 54}{142} = 0,76 \text{ m}$$

$$\frac{x'}{2} = \frac{88}{142} \text{ donde } x' = \frac{2 \times 88}{142} = 1,24 \text{ m}$$

Portanto as diferenças corrigidas serão:

$$54 + 0,76 = 54,76 \quad \text{Altitude de A} = 382 - 54,76 = 327,2$$

$$88 + 1,24 = 89,24 \quad \text{Altitude de A} = 238 + 89,24 = 327,2$$

$$\text{S O M A} = 144,00$$

Êste método é evidentemente melhor que o de uma base, porém é mais dispendioso pelo fato de exigir dois instrumentos imobilizados e dois operadores ao invés de um:

### III — MÉTODO "SALTO DE RÃ"

Traduzimos por esta expressão o nome inglês *leapfrog* pelo qual é conhecido êste método (*Leapfrog* é o jôgo infantil conhecido entre nós pelo nome de "carniça".)



Êste método é usado quando se deseja nivelar uma linha, dispondo de somente dois operadores e não podendo manter uma estação fixa.

O seu objetivo é de encurtar as distâncias entre as observações de modo a obter maior uniformidade de condições atmosféricas. Chamemos M a base de partida, com altitude conhecida. Temos dois operadores com dois aneróides ou altímetros com os respectivos termômetros, etc. Chamemos R o primeiro operador e S o segundo. Como eles operam geralmente separados, devem previamente combinar todo o programa, tendo em vista que o principal é sempre ter observações "simultâneas". Na falta de comunicações haverá sempre o recurso de efetuar as observações em horas predeterminadas. Para começar, R e S comparam e acertam seus instrumentos. Em seguida, S parte para a próxima estação A, enquanto R espera na primeira (M). À hora previamente combinada, ambos fazem e registram suas observações nas cadernetas, para obter a diferença A-M. Em seguida R "salta" para a terceira estação B, adiante de A, enquanto S espera em A. À nova hora previamente combinada farão novas observações para obter a diferença B - A.

Terminada esta observação S avança até juntar-se com R, comparam seus instrumentos e combinam novo programa. Em continuação, R segue para a nova estação C, enquanto S espera em B e fazem novas observações. Feitas estas, S salta para D, enquanto R espera em C. Novas observações: R agora avança para D para juntar-se a S e fazer nova comparação de instrumentos. Como os intervalos entre as observações são geralmente curtos, deve-se parar a locomoção 5 minutos antes da hora combinada, para dar tempo aos instrumentos de se "ambientarem".

A umidade varia com a temperatura de modo que basta observar de manhã, ao meio dia e de tarde para se ter 3 valores suficientes. O uso de um higrômetro será particularmente cômodo e rápido. Infelizmente é um instrumento muito instável e frágil.

Êste método é particularmente prático, quando se puder usar dois automóveis, porque assim se poderão percorrer mais rapidamente as distâncias em menor tempo.

A inclusão de pontos de marcos de nível (RN) porventura existentes no trajeto será da mais alta conveniência, porque permitirá conhecer os erros cometidos e compensá-los. Não temos experiência pessoal dêste método, mas recomendamos-lo aos profissionais, pedindo-lhes que nos comuniquem os resultados obtidos.

Segundo um relatório, que temos em mão, de experiência feitas pelos laboratórios telefônicos Bell, nas vizinhanças de Baltimore, U. S. A., os erros achados foram os seguintes:

MÉTODOS	Número de observações	Erro médio	Erro máximo
Uma base.....	88	1,13	3,30
Duas bases.....	44	0,97	2,84
Salto de rã.....	16	0,38	1,43

O relatório refere-se a altímetros de fabricação Wallace & Tierman, mas isso não impede que outros instrumentos, também acreditados, possam fornecer resultados comparáveis.

### 3 — NOTAS FINAIS

Não nos detivemos em descrições pormenorizadas de instrumentos por nos parecer isso desnecessário, uma vez que nos dirigimos a profissionais experimentados. Entretanto, queremos repisar certas particularidades:

- 1 — *Correção de temperatura*: A maioria dos aneróides traz o aviso “compensado”. Isto significa que o instrumento é de tal modo construído, que as variações de temperatura não influam nas suas indicações, pela dilatação inevitável das diferentes peças metálicas. Isso não pode ser confundido com a correção de “temperatura do ar” que influi sobre a própria atmosfera, modificando-lhe a densidade e portanto, alterando a pressão. A compensação dos aneróides e altímetros não deve portanto ser compreendida ao extremo de se expor o instrumento aos raios diretos do sol, que poderão produzir aquecimentos excessivos e desiguais entre as diferentes partes do instrumento e assim falsear as suas indicações.
- 2 — Os fabricantes costumam falar na temperatura de calibração do instrumento. Isto significa somente que a graduação foi escolhida introduzindo-se na fórmula barométrica essa temperatura. Já nos referimos atrás, a essa particularidade nos altímetros Paulin, onde a temperatura de calibração é de 10° C. Nas observações feitas, deve-se evidentemente usar o termômetro, mas as temperaturas lidas devem ser descontadas de 10° C para calcular a correção, isto é:

$$0,0036 h_1 (t - 10^{\circ})$$

Providências análogas devem ser tomadas nos fatores relativos à umidade, latitude e altitude.

- 3 — Os altímetros Wallace & Tierman, igualmente bons instrumentos, baseiam-se nas tábuas da Smithsonian Institution que adotam a temperatura de 15°C latitude 40°, supõem o ar seco e não tomam em consideração a umidade.
- 4 — Do que aqui ficou examinado, deve-se concluir que nos nivelamentos barométricos de maior precisão, isto é: aqueles onde se requer um erro máximo de 1 metro, será preferível usar simplesmente “aneróides” muito sensíveis, isto é, aneróides contendo a escala de pressões expressas em milímetros de mercúrio (mm Hg) ou milibar (mb). A escala altimétrica nesta espécie de trabalhos só pode complicar o trabalho. A coexistência de duas escalas evidentemente não prejudica, desde que se considere a escala altimétrica somente como simples aproximação.
- 5 — A fórmula barométrica pode ser diferenciada de modo a obter-se o que se chama “grau barométrico”, isto é: o acréscimo de altitude resultante para cada decréscimo de um milímetro na pressão. Considerando valores médios para o temperatura (20°C) e umidade ( $e=20\text{mm}$ ) encontra-se para a relação  $dh/dB$  os seguintes valores:

Valores de B mmHg	mb	Altitude aproximada	Grau barométrico	
760	1 013	0m	11,6m	Partindo de $h' = 18\,400 \log \left( \frac{B}{b} \right)$ temos $dh = 18\,400 M \frac{dB}{B}$ onde M = 0,434 é o módulo dos logaritmos neperianos. Entrando com os valores da temperatura e umidade dada acima, a fórmula dá: $dh = 8\,811 \frac{dB}{B}$
730	973	320	12,1	
700	933	650	12,6	
670	892	1 000	13,1	
640	853	1 350	13,7	
610	813	1 750	14,4	
580	773	2 150	15,2	

Êstes valores servem somente como elementos aproximados.

- 6 — Desejamos ainda fazer uma última observação sobre a medida da umidade. Esta operação, conquanto seja um pouco incômoda em certas ocasiões, já se pode executar com relativa facilidade. Existe um tipo de psicrômetro portátil e compacto pesando apenas 300 gramas composto dos termômetros seco e úmido, uma seringa especial para produzir uma corrente de ar e um conta-gotas para molhar a musselina. Traz ainda uma régua especial para efetuar os cálculos necessários. É do fabricante Bendix-Fries da Bendix Aviation Corporation.
- 7 — Caso o operador não possua aparelhamento completo, pode em último recurso apelar para alguma estação meteorológica na vizinhança ou ainda consultar o atlas meteorológico do Ministério da Agricultura que dá valores médios mensais para o Brasil todo. As tábuas abaixo serão úteis na determinação da umidade.
- 8 — Em todo este trabalho não fizemos qualquer referência aos barômetros de mercúrio. É desnecessário dizer que diante da fragilidade de tais instrumentos, o seu uso tem sido cada vez mais restrito. Naturalmente devido à segurança de suas indicações, êles são usados nas estações meteorológicas onde são os únicos recomendáveis. Os aneróides modernos podem ser tão sensíveis que possam com facilidade apreciar pequenas diferenças de nível com mais facilidade que os de mercúrio. Mas êstes últimos jamais serão abandonados em virtude da segurança de suas indicações e serão sempre usados como padrões para comparação de aneróides.

#### 4 — TÁBUAS PARA CÁLCULOS DE ALTITUDES

As tábuas que se seguem podem ser usadas em qualquer circunstância no Brasil, para cujo território foram preparadas. A tábua I dá os valores das grandezas

$$18\,400 \log. B - 18\,400 \log. 760 \quad \text{ou}$$

$$18\,400 \log. B - 53\,007$$

Estas diferenças foram multiplicadas por - 1, para se tornarem mais práticas. A determinação de uma altitude constará sempre da medida de duas pressões: no ponto a determinar e no ponto de referência. Entrando com essas duas pressões na tábua I a diferença dos números obtidos será a diferença de altitudes

dos dois pontos em primeira aproximação (é o que chamamos  $a_1$ ). As pressões são dadas com intervalos de 5 mm. A interpolação pode ser linear bastando para isso multiplicar-se a diferença tabular de coluna *Dif* = *diferença para 1 mm* pelo número de milímetros excedentes. Por exemplo: Quer-se o número que corresponde à pressão 724,3

Na linha 720 encontramos 432,0;     $Dif. = - 11,06$   
 $- 4,3 \times 11,06 = - 4,76$  ou  $- 4,8$ . Portanto o número desejado é:

$$432,0 - 4,8 = 427,2 \text{ metros}$$

O erro a temer com a interpolação linear não atingirá a 0,1 m.

A tábua II dará rapidamente a correção devida à temperatura

$$0,003665 a_1 t$$

onde  $a_1$  é a diferença de nível em primeira aproximação, obtida pela tábua I e  $t$  é a média das temperaturas das duas estações em graus centígrados.

Exemplo:

Supondo que a temperatura média seja de 25,° 3 e que a diferença de nível seja de 153,4 m a tábua II dará, decompondo os números dados em centenas, dezenas e unidades; as frações de graus tiram-se das colunas dos graus, recuando a vírgula.

Tábua	20.º	5º	0,º3
100 m.....	7,33	1,84	0,10
50.....	3,67	0,92	0,05
3.....	0,22	0,06	—
0,4.....	0,03	—	—
<b>SOMA.....</b>	<b>11,25</b>	<b>+ 2,82</b>	<b>+ 0,15 = 14,22 m ou 14,2 m</b>

As tábuas III e IV permitem obter-se a tensão do vapor d'água em função das leituras dos termômetros sêco e úmido, conforme foi explicado no § 1.º item 8.º. Para obter a correção  $0,344 a_1 e/p$  relativa à umidade usa-se o ábaco no fim deste artigo, na forma seguinte: Sendo  $e$  e  $p$  a média das tensões do vapor d'água e das pressões barométricas das duas estações, calcule-se a relação  $e/p$ . Entra-se com este valor no lado direito do gráfico. Segue-se a diagonal correspondente a  $e/p$  para a esquerda até encontrar a vertical correspondente à quantidade  $a_1$  graduada na parte inferior do gráfico.

Partindo agora da intersecção da vertical  $a_1$  com a diagonal  $e/p$  para a esquerda, acompanhando a horizontal correspondente encontra-se à esquerda a graduação das correções em metros.

As tábuas V e VI dão as correções relativas à latitude e altitude médias dos 2 pontos.

O exemplo seguinte esclarecerá os cálculos.

Estação de referência  
 b = 759,3  
 t<sub>1</sub> = 21,7 C  
 e<sub>1</sub> = 16,2 mm  
 Latitude 23° sul, altitude: h = 16 m

Estação a determinar  
 B = 720,8  
 t<sub>2</sub> = 18,9 C  
 e<sub>2</sub> = 12,3 mm

Cálculo

p = 1/2 (759,3 + 720,8) = 740,1 mm  
 t = 1/2 ( 21,7 + 18,9) = 20,3 C  
 e = 1/2 ( 16,2 + 12,3) = 14,3 mm  
 e/p = 0,0194

A tábua I dá, com as interpolações necessárias:

para B: 423,2  
 para b:     - 7,4  
 Dif. a<sub>1</sub> = + 430,6

Correção de temperatura- tábua II

Para 20,3 e a<sub>1</sub> = 430,6 correção = 4,5 m

Correção de unidade: (gráfico)

para e/p = 0,019 e a<sub>1</sub> = 430,6  
 correção = 3,1 m

Diferença de nível em 2.<sup>a</sup> aproximação:  
 + 430,6 + 4,5 + 3,1 = 438,2 m

Cálculo da altitude média:

h<sub>m</sub> = h + 1/2 a<sub>2</sub> = 16 + 219 = 235  
 Correção de latitude (tábua V) = 0,4  
 Correção de altitude (tábua VI) = 0,0  
 SOMA = 0,4 m

Altitude procurada:

a<sub>2</sub> = + 438,2  
 corr. lat. = 0,4  
 corr. alt. = 0,0  
 h = 16,0  
 h' = 454,6

TÁBUA I

VALORES DE H = 53007,0 - 18400 LOG. B

B	h	Dif. 1m	B	h	D1 mm	B		D1 m
500	3345,9	15,90	590	2023,4	13,50	680	888,8	11,70
05	3266,4	15,76	95	1955,9	13,38	85	830,3	11,62
510	3187,7	15,60	600	1889,0	13,25	690	772,2	11,54
15	3109,7	15,44	05	1822,7	13,16	95	714,5	11,46
520	3032,5	15,30	610	1756,9	12,04	700	657,2	11,38
25	2956,0	15,14	15	1691,7	12,94	05	600,3	11,30
530	2880,3	15,00	620	1627,0	12,82	710	543,8	11,22
35	2805,3	14,86	25	1562,9	12,74	15	487,7	11,14
540	2731,0	14,74	630	1499,2	12,64	720	432,0	11,06
45	2657,3	14,60	35	1436,0	12,54	25	376,7	10,98
550	2584,3	14,46	640	1373,3	12,44	730	321,8	10,90
55	2512,0	14,32	45	1311,1	12,34	35	267,3	10,84
560	2440,4	14,19	650	1249,4	12,24	740	213,1	10,76
65	2369,4	14,06	55	1188,2	12,16	45	159,3	10,70
570	2298,9	13,94	660	1127,4	12,06	750	105,8	10,62
75	2229,2	13,84	65	1067,1	11,98	55	— 52,7	10,54
580	2160,0	13,72	670	1007,2	11,88	760	— 0,00	10,48
85	2091,4	13,60	75	947,8	11,80	65	52,4	10,40
590	2023,4	13,50	680	888,8	11,70	770	104,4	10,36
						775	156,2	

TÁBUA II

CORREÇÕES DEVIDAS À TEMPERATURA DO AR = 0,003665 a<sub>1</sub>t

TEMPERATURA												
a1	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	20º	30º
1m	m	m 0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,04	0,07	0,10
2	0,01	2	2	3	4	4	5	6	7	7	15	22
3	01	2	3	4	6	7	8	9	10	11	22	33
4	01	3	4	6	7	9	10	12	13	15	29	44
5	02	4	5	7	9	11	13	15	17	18	37	55
6	02	4	6	9	11	13	15	18	20	22	44	66
7	03	5	7	10	13	15	18	21	23	25	51	77
8	03	6	8	12	15	18	20	23	26	29	59	88
9	03	7	0,09	13	17	20	23	26	30	33	66	99
10	0,04	0,07	0,10	0,15	0,18	0,22	0,25	0,29	0,33	0,37	0,73	1,10
20	07	15	21	29	37	44	51	59	66	73	1,47	2,20
30	11	22	31	44	55	66	77	88	99	1,10	2,20	3,30
40	15	29	42	59	73	-2	1,03	1,26	1,32	1,47	2,93	4,40
50	18	37	52	73	92	1,10	1,28	1,57	1,65	1,83	3,67	5,50
60	22	44	62	88	1,10	1,32	1,54	1,76	1,98	2,20	4,40	6,60
70	26	51	73	1,03	1,28	1,54	1,80	2,06	2,31	2,56	5,13	7,70
80	29	59	83	1,17	1,47	1,76	2,05	2,35	2,64	2,92	5,87	18,80
90	33	66	94	1,32	1,65	1,98	2,31	2,64	2,97	3,30	6,60	9,90
100	0,37	0,73	1,04	1,47	1,84	2,20	2,57	2,94	3,30	3,67	7,33	11,00
200	0,73	1,47	2,08	2,93	3,67	4,40	5,14	5,87	6,60	7,33	14,66	21,99
300	1,10	2,20	3,12	4,40	5,50	6,60	7,71	8,81	9,90	11,00	21,99	32,99
400	1,47	2,93	4,16	5,86	7,33	8,80	10,28	12,60	13,20	14,66	29,32	43,98
500	1,83	3,67	5,20	7,33	9,17	11,00	12,84	15,70	16,50	18,33	36,65	54,98
1 000	3,67	7,35	10,40	14,66	18,33	22,0	25,7	29,4	33,0	36,7	73,5	110,0
2 000	7,33	14,70	20,79	29,32	36,66	44,0	51,4	58,7	66,1	73,3	147,0	219,9
3 000	11,00	22,05	31,19	43,98	55,00	66,1	77,1	88,1	99,1	110,0	220,5	329,9

TÁBUA III

SMITHSONIAN METEOROLOGICAL TABLES

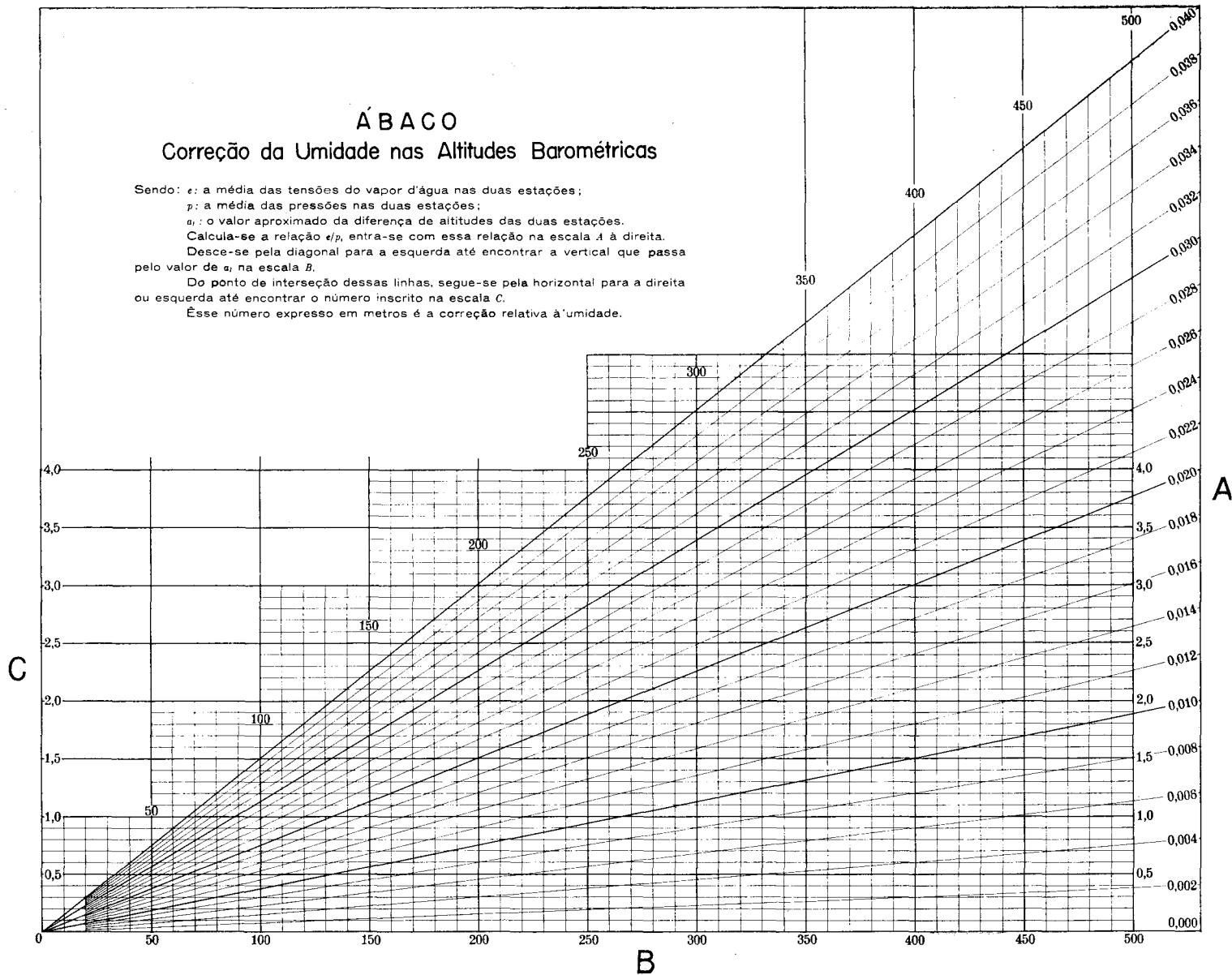
Tensão do vapor d'água em função da temperatura (t') do termômetro úmido em mm Hg e mb

Temp.	Tensão		t'	Tensão		t'	Tensão		t'	Tensão		t'	Tensão	
	mb	mm		mb	mm		mb	mm		mb	mm		mb	mm
-10	2,86	2,14	+0	6,11	4,6	+10	12,27	9,2	+20	23,37	17,5	+30	42,43	31,8
9	3,10	2,32	1	6,57	4,9	11	13,12	9,8	21	24,86	18,6	31	44,92	33,7
8	3,35	2,51	2	7,05	5,3	12	14,02	10,5	22	26,43	19,8	32	47,55	35,7
7	3,62	2,71	3	7,58	5,7	13	14,97	11,2	23	28,09	21,1	33	50,31	37,7
6	3,91	2,93	4	8,13	6,1	14	15,98	12,0	24	29,83	22,4	34	53,20	39,9
5	4,21	3,15	5	8,72	6,5	15	17,04	12,7	25	31,67	23,7	35	56,24	42,2
4	4,54	3,40	6	9,35	7,0	16	18,17	13,6	26	33,61	25,2	36	59,42	44,6
3	4,90	3,67	7	10,01	7,5	17	19,37	14,5	27	35,65	26,7	37	62,76	47,1
2	5,27	3,94	8	10,72	8,0	18	20,63	15,4	28	37,80	28,3	38	66,26	49,7
1	5,67	4,25	9	11,47	8,6	19	21,96	16,4	29	40,06	30,0	39	69,93	52,5
0	6,11	4,58	10	12,27	9,2	20	23,37	17,5	30	42,43	31,8	40	73,78	55,3

## ÁBACO

### Correção da Umidade nas Altitudes Barométricas

Sendo:  $e$ : a média das tensões do vapor d'água nas duas estações;  
 $p$ : a média das pressões nas duas estações;  
 $a_1$ : o valor aproximado da diferença de altitudes das duas estações.  
 Calcula-se a relação  $e/p$ , entra-se com essa relação na escala *A* à direita.  
 Desce-se pela diagonal para a esquerda até encontrar a vertical que passa pelo valor de  $a_1$  na escala *B*.  
 Do ponto de interseção dessas linhas, segue-se pela horizontal para a direita ou esquerda até encontrar o número inscrito na escala *C*.  
 Esse número expresso em metros é a correção relativa à umidade.



TÁBUA IV

## VALORES DA EXPRESSÃO

$$Ac = 0,66 (1 + 0,00115 t') (t - t') p/1000 \text{ (mb ou mm Hg) para } p = 1000 \text{ (mb ou mmHg)}$$

t-t'	TERMÔMETRO ÚMIDO (t')						
	-10	0	10	20	30	40	50
0	0,0	0,0	0,0	0,0			
1	0,65	0,66	0,67	0,68	0,68	0,69	0,70
2	1,30	1,32	1,34	1,35	1,37	1,38	1,40
3	1,95	1,98	2,00	2,03	2,05	2,07	2,09
4	2,61	2,64	2,67	2,70	2,73	2,76	2,79
5	3,26	3,30	3,34	3,38	3,41	3,45	3,49
6	3,91	3,96	4,01	4,05	4,10	4,14	4,19
7	4,57	4,62	4,67	4,73	4,78	4,83	4,89
8	5,22	5,28	5,34	5,40	5,46	5,52	5,58
9	5,87	5,94	6,01	6,08	6,15	6,21	6,28
10		6,60	6,68	6,75	6,83	6,90	6,98

Esta tábuva vale para  $p = 1\ 000$   
 Se  $p$  é diferente de  $1\ 000$ , deve-se multiplicar os valores tabelados por  $0,001\ p$ .  
 Exemplo:  
 para  $t' = 20^\circ$ ,  $t - t' = 5^\circ$ , tiramos da tábuva  $3,38$ .  
 Se  $p = 750$ , faz-se o produto  $3,38 \times 0,75 = 2,5$  mm, para  $p = 1\ 013$  mb, temos:  $3,38 \times 1,013 = 3,42$  mb, etc.

TÁBUA V

 VALORES DAS CORREÇÕES DEVIDAS À LATITUDE =  $0,00265 a_1 \cos 2 L$ 

LATITUDE								
$a_1$	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
50	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
100	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1
200	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3	0,3	0,2
300	0,8	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3
400	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,5	0,4
500	1,3	1,3	1,3	1,1	1,0	0,9	0,7	0,5
1 000	2,65	2,61	2,49	2,29	2,03	1,70	1,30	0,91
2 000	5,30	5,22	4,98	4,58	4,06	3,40	2,60	1,82

TÁBUA VI

VALORES DAS CORREÇÕES DEVIDAS À ALTITUDE MÉDIA

$$\frac{a_1 H_m}{2 r}$$

ALTITUDE MÉDIA					
$a_1$	500	1 000	1 500	2 000	2 500
250	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2
500	0,1	0,2	0,2	0,3	0,4
750	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6
1 000	0,15	0,31	0,47	0,62	0,78
1 250		0,4	0,6	0,8	
1 500		0,5	0,7		
1 750		0,5			
2 000		0,6			



## RÉSUMÉ

Sous le titre "Notes sur des nivellements barométriques" l'auteur se rapporte à un ouvrage antérieur, où il a analysé les instruments appelés "*Baromètres, Aneroides et Altimètres*", en concluant qu'ils ne servent qu'à mesurer la pression atmosphérique et que la finalité du nommé nivellement barométrique est de déterminer les altitudes à l'aide des formules usuelles qui, ayant pour base des principes théoriques, relient l'altitude à la pression atmosphérique.

L'auteur nous dit aussi que la graduation des *altimètres* de fabrication américaine ou européenne est basé dans des conditions atmosphériques complètement différentes de celles qui existent dans les climats tropicaux, surtout quant aux conséquences de l'humidité.

L'auteur arrive, à la conclusion que l'usage des graduations altimétriques n'est pas recommandable et il conseille l'emploi de la graduation barométrique, en la complétant par des mesures de température et d'humidité.

Il examine les divers procédés en usage, y joint des tableaux et des graphiques, tout en manifestant l'opinion qui avec de telles précautions il est possible d'obtenir des altitudes avec une différence inférieure à un mètre.

## RESUMEN

"Notas sobre nivelaciones barométricas" es el título del trabajo del Prof. Allyrio H. de Mattos que se refiere a un trabajo anterior, donde fueron analizados los instrumentos llamados "*Barómetros, Aneroides y Altimetros*". Concluye el autor que todos ellos sirven apenas para medir la presión atmosférica y que la llamada nivelación barométrica tiene por finalidad determinar las altitudes con el auxilio de las formas usuales que, basadas en principios teóricos, relacionan la altitud a la presión atmosférica.

A seguir, el autor muestra que los llamados "altímetros" de fabricación americana o europea tienen la graduación basada en condiciones atmosféricas completamente diferentes de las existentes en los climas tropicales, principalmente el efecto de la humedad.

Concluye desaconsejando el uso de las graduaciones altimétricas y aconsejando el uso de la graduación barométrica, acompañado de las medidas de la temperatura y de la humedad.

Examina los diversos procesos usados, junta tablas y un gráfico para el uso corriente y manifiesta la convicción de que con estas precauciones, es posible obtenerse altitudes con error inferior a un metro.

## SUMMARY

Under the title "Notes on barometric levelling" the author discusses a previous paper in which barometers, aneroids and altimeters were analysed; he arrives to the conclusion that all of these instruments are used only in measuring atmospheric pressure and that the so called barometric levelling is used in order to determinate altitudes with the aid of usual formulas which, based on theoretical principles, establish a relation between altitude and barometric pressure.

The author demonstrates, then, that the instruments denominated altimeters, either of English or American production, present scales based on atmospheric conditions which are obviously completely different from the ones prevailing in tropical climates, chiefly in what concerns to humidity.

The author concludes by recommending the use of barometric rather than altimetric scales and stating, furthermore, that the use of the first method should be accompanied by measurements of the temperature as well as of the humidity.

The author examines the various processes used, presents tables containing pertaining data and a graphic for current use and finally states that with the precautions mentioned it is possible to obtain altitudes with errors not greater than one meter.

## ZUSAMMENFASSUNG

In diesem Aufsatz "*Bemerkungen ueber barometrische Hoehenmessungen*" verweist der Autor auf eine fruere Arbeit, in der die als *Barometer, Aneroidbarometer* und *Hoehenmesser* bekannten Instrumente beschrieben worden sind, und in der er hervorhebt, dass diese Apparate zunaechst nur dazu dienen, lediglich den atmosphaerischen Druck zu messen. Die eigentliche barometrische Hoehenmessung leitet danach erst die wahre Hoehle mit Hilfe von theoretisch errechneten Formeln aus dem atmosphaerischen Druck ab.

Danach verweist der Autor darauf, dass die sogenannten "*Hoehenmesser*" nordamerikanischen und europaeischen Ursprungs eine Graduation besitzen, die von atmosphaerischen Bedingungen abgeleitet ist, welche von den Verhaeltnissen in den Tropen voellig abweichen. Das gilt besonders fuer die Feuchtigkeit.

Deshalb raet der Verfasser von dem Gebrauch der Hoehenangaben dieser Apparate ab. Er empfiehlt, die barometrischen Angaben in Verbindung mit Messungen der Temperatur und der Feuchtigkeit zu benutzen.

Verfasser untersucht die verschiedenen dabei verwendeten Methoden und fuegt eine Tabelle und ein Diagramm fuer den regelmaessigen Gebrauch bei. Er ist der Ueberzeugung, dass es moeglich ist, unter Beachtung dieser Vorsichtsmassnahmen Hoehenangaben mit einer Fehlergrenze von weniger als 1 m zu erhalten.

## RESUMO

Sub la titolo *Notoj pri barometraj niveligoj* la aŭtoro, Prof. Allyrio H. de Mattos, traktas pri antaŭa verkaĵo, en kiu estis analizitaj la instrumentoj nomataj *Barometroj*, *Aneroidoj* kaj *Altimetroj*, kaj li konkludas, ke ili ĉiuj servas nur por mezuri la atmosferan premon kaj ke la tiel nomata barometra niveligo celas determini la altecojn kun la helpo de la ordinaraĵ formuloj, kiuj surbaze de teoriaj principoj ligas la altecon al la atmosfera premo.

Poste la aŭtoro montras, ke la tiel nomataj *Altimetroj*, fabrikitaj en Usono aŭ en Eŭropo, prezentas gradigon bazitan sur atmosferaj kondiĉoj tute malsamaj, ol tiuj ekzistantaj en la tropikaj klimatoj, precipe la efiko de la malsekeco.

Li finas malkonsilante la uzadon de la altimetraj gradigoj kaj konsilante la uzadon de la barometraj gradigoj, akompanata de la mezuroj de la temperaturo kaj de la malsekeco.

Li ekzamenas la diversajn procedojn uzatajn, aldonas tabelojn kaj unu grafikajon por la kuranta uzado, kaj esprimas la konvinkon, ke kun tiuj antaŭzorgoj estas eble ricevi altecojn kun eraro malsupera al unu metro.