

Coordenadas Geodésicas por Métodos Astronômicos

LYSANDRO VIANNA RODRIGUEZ

(Engenheiro do C N G)

SUMÁRIO

- I – Geóide e coordenadas astronômicas em comparação com elipsóide e coordenadas geodésicas
- II – Ponto fundamental ou “datum”
- III – Determinação de um datum absoluto
- IV – O método astronômico

I – *Geóide e coordenadas astronômicas em comparação com elipsóide e coordenadas geodésicas:*

A correta apreciação dos levantamentos geodésicos exige que se faça distinção entre geóide e elipsóide de referência e entre coordenadas astronômicas e geodésicas

O geóide é definido como a superfície do nível médio do mar e seu prolongamento sob os continentes. Nos oceanos, o geóide tem portanto existência física. Sob os continentes, sua posição fica determinada com razoável aproximação, pelas operações de nivelamento de precisão, pois a altitude de um ponto do terreno em relação ao geóide é sensivelmente igual à cota ortométrica do ponto. Uma característica importante do geóide é o fato de se lhe uma superfície de nível, onde o potencial da gravidade é, constante e, por definição, igual a zero. Nestas condições a direção da força da gravidade é, em qualquer ponto, normal à superfície do geóide.

O elipsóide de referência é uma concepção matemática, por meio da qual se tornam praticáveis os cálculos geodésicos de transporte de coordenadas, azimutes e distâncias. O elipsóide é escolhido de forma a representar aproximadamente a forma do geóide; esta é por demais irregular para que se possa representá-la analiticamente com exatidão.

Nestas condições, o geóide ondula ora acima ora abaixo do elipsóide, tal como, ressalvada a amplitude, a superfície do terreno em relação ao geóide. Essas ondulações chegam a ser da ordem de 50 a 60 metros. As superfícies do geóide e do elipsóide portanto não coincidem, assim como não coincidem, a não ser por acaso, as normais baixadas de um ponto qualquer do terreno ao geóide e ao elipsóide. Costuma-se então chamar de “vertical” a normal ao geóide, conservar a denominação de “normal” para a normal ao elipsóide, e chamar de “desvio de vertical” o ângulo formado pela vertical com a normal.

Dito isto, e tendo em vista que coordenadas geográficas são coordenadas esféricas, que definem *direção* e não propriamente *posição*¹, torna-se mais simples distinguir entre coordenadas geodésicas e coordenadas astronômicas: a primeira define a direção da normal no ponto considerado; a segunda define a direção da vertical *no mesmo ponto*.

É óbvio também que só a vertical tem existência física e pode ser materializada facilmente no campo, com o auxílio de níveis ou prumos, visto que a direção da gravidade coincide com a vertical. Não há instrumento capaz de apontar a direção da normal, pois esta, tal como o elipsóide, nada mais é que uma concepção matemática.

II – *Ponto fundamental ou “datum”*

Feito esse preâmbulo, pode-se melhor apreciar o problema do ponto fundamental. Suponhamos que se deseja cobrir de triangulação geodésica uma região ou um país, como o Brasil. Desde que se disponha de uma coordenada geodésica de partida, os métodos de

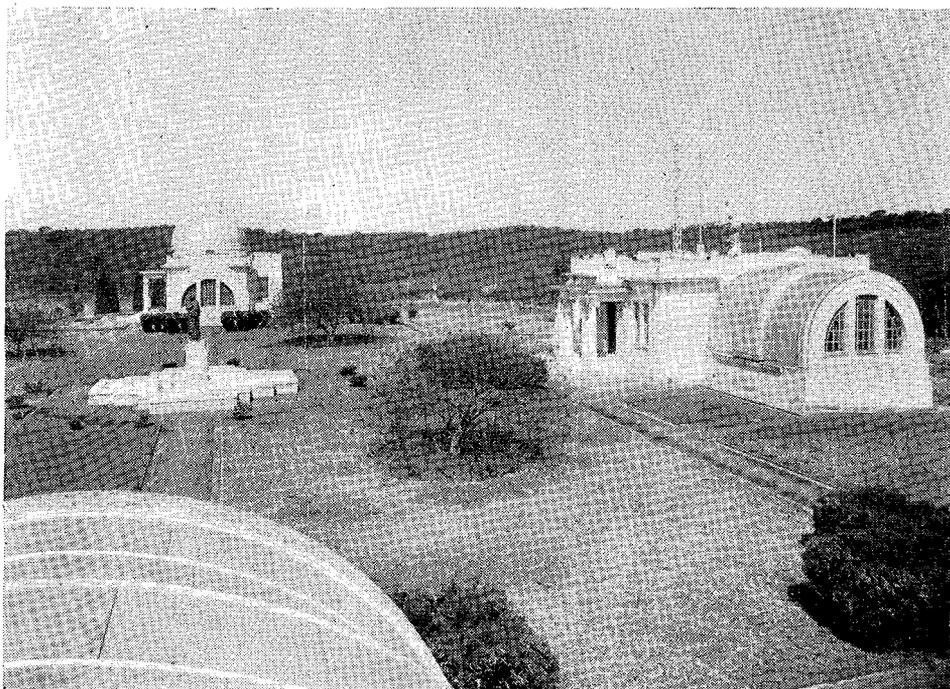
¹ A “posição geográfica” a que se faz comumente referência, corresponde ao traço, na superfície da Terra, da direção definida pela coordenada geográfica, e depende portanto da forma e das dimensões da Terra. As expressões “posição geográfica” e “coordenada geográfica” são empregadas aqui como termos genéricos, englobando indistintamente posição e coordenada astronômica ou geodésica.

observação e cálculo das triangulações permitem que se vá obtendo sucessivamente, com grande aproximação², as coordenadas geodésicas de outros pontos, cada um a partir de outro anteriormente determinado

No caso em que não se disponha de uma coordenada geodésica de partida, o único recurso é adotar em seu lugar uma coordenada astronômica, como foi feito entre nós. O resultado nos outros pontos, obtidos por cálculo geodésico, é uma mistura dos dois tipos de coordenadas. Nem exatamente uma coisa nem exatamente outra³.

Essa coordenada geodésica de partida é o que se chama ponto fundamental ou "datum", cabendo agora distingui-lo entre datum relativo e datum absoluto.

Datum relativo é o que se obtém por comparação de determinações geodésicas e astronômicas cobrindo uma certa área em torno do ponto considerado. Essa comparação envolve o ajustamento, por mínimos quadrados, de várias coordenadas astronômicas, umas em relação às outras, por intermédio da triangulação geodésica entre elas, de forma a tornar mínimo o



Vista parcial do Observatório de São Paulo

desvio de vertical médio. Isto corresponde a encontrar uma posição para a superfície do elipsóide que melhor se adapte à configuração do geóide na região em estudo. Daí a denominação de datum relativo, pois o elipsóide assim forçado a adaptar-se ao geóide em uma determinada região, necessariamente muito pequena em face da superfície total do

² Esta restrição vale como ressalva do seguinte:

a) As observações de azimutes e direções horizontais, são também referidas à vertical, pois o horizonte é tangente ao geóide e não ao elipsóide. Para reduzi-las ao elipsóide, caberia então aplicar a cada azimute ou direção observada uma correção adicional de inclinação.

b) Os comprimentos das bases são reduzidas ao nível médio do mar, ou seja, à superfície do geóide. Para reduzi-las ao elipsóide, seria necessário aplicar uma correção adicional da forma Sh/R , onde h significa a altitude do geóide acima do elipsóide.

c) Essas correções não são comumente aplicadas porque, para aplicá-las, precisaríamos antes conhecer o relevo do geóide em relação ao elipsóide, o que vale dizer que só em segunda aproximação poderíamos fazê-lo. A não ser em casos excepcionais, entretanto, essas correções são extremamente pequenas.

³ A expressão "coordenada" é empregada aqui como abreviação de "ponto de coordenadas conhecidas".

globo, está sujeito a afastar-se violentamente do geóide em outras regiões. Esta solução não satisfaz, por outro lado, a um importante requisito da moderna Geodésia: que o centro do elipsóide e seu eixo de revolução coincidam com o centro de gravidade e o eixo de rotação da Terra, respectivamente.

Datum absoluto é aquêlê que satisfaz o requisito acima citado, e não impõe nenhuma restrição quanto aos valores dos desvios de vertical ou do relêvo de geóide na região em estudo, nem em qualquer outra.

Conforme acima implícito, os "data" relativos não são compatíveis, ao passo que os "data" absolutos o são. A êstes cabe a preferência na fase atual da Geodésia, tendente à maior coesão e compatibilidade dos trabalhos executados em diferentes regiões do Globo, à ligação geodésica entre continentes, e à adoção de um único sistema de representação para todo o mundo. Para êste último objetivo, o primeiro passo foi a adoção do Elipsóide Internacional, mas êste só não basta. E' preciso que se adote, não só uma única forma, mas também uma única posição.

III — *Determinação de um datum absoluto:*

E' possível determinar um datum absoluto por processo direto ou por processo indireto.

O método indireto baseia-se na conhecida fórmula de STOKES, que permite calcular a intensidade da gravidade ao longo de uma superfície equipotencial, desde que se conheça a forma da superfície, ou vice-versa. Êste método exige o levantamento de anomalias gravimétricas sôbre uma extensa área em tôrno do ponto considerado, de forma a obter-se o relêvo relativo do geóide em relação ao elipsóide, e consequentemente desvios de vertical. Além da grande densidade de observações gravimétricas, — é óbvio ser necessário também o levantamento topográfico detalhado da área em causa, a fim de permitir a redução dos valores observados da gravidade e o cálculo das anomalias. E' portanto um processo dispendioso e que requer adequada preparação e cuidadoso planejamento, inclusive quanto ao aspecto financeiro. Trabalhos desta ordem estão atualmente em curso na Venezuela e nos Estados Unidos da América, aproveitando-se, pelos menos em um dêles, a grande massa de elementos levantados pelas companhias petrolíferas. E' desejável que possamos nós, futuramente, empreender tarefa idêntica, visto que êste método é o que oferece maior precisão, pelo menos atualmente. Julgo entretanto que ainda não estamos preparados para tal.

O método direto é astronômico, e a êle se refere o título dêste informe. Justifica-se portanto precisá-lo bem, destacando as características especiais que o distinguem dos métodos astronômicos habituais:

IV — *O método astronômico:*

Conforme referência feita acima, as coordenadas astronômicas de um ponto terrestre definem a direção da vertical do ponto no sistema equatorial de coordenadas esféricas, cujos plano e eixo fundamentais são respectivamente o plano do equador e o eixo de rotação da Terra, e no qual se adota, como meridiano origem, por convenção, o meridiano de Greenwich.

Os métodos habituais de determinação de tais coordenadas consistem em materializar, instrumentalmente, com o auxílio de teodolito, astrolábio etc., ao mesmo tempo a direção da vertical e a direção da visada ao astro observado. A direção do astro, no sistema equatorial de coordenadas, é conhecida, definida que ela é pela declinação e pelo ângulo horário do astro no instante da observação. O ângulo entre as duas direções (ou de cada vez uma das componentes dêsse ângulo) é medido com o auxílio do instrumento (no caso do astrolábio é uma constante do instrumento) e desta forma se obtém a direção da vertical.

Repetimos porém que essa é a direção da normal ao geóide, a única que se consegue materializar instrumentalmente, visto que os dispositivos de horizontalismo ou verticalismo instrumentais, como níveis, prumos, pêndulos ou horizontes artificiais, todos definem a direção da força da gravidade.

Astronômicamente falando, a única forma de contornar esta dificuldade consiste em observar simultaneamente dois astros situados ao longo da mesma visada, de forma a definir, no sistema equatorial de coordenadas, a posição de uma reta em cujo prolongamento se encontra o observador, sem que nessa determinação intervenha a vertical, mas tão sômente

as posições dos astros. Repetida esta observação em outra posição dos astros, define-se uma segunda reta, cuja intersecção com a primeira define a posição do observador. Numa comparação prosaica, este processo é semelhante ao que utiliza o topógrafo para definir o alinhamento com o auxílio de duas balizas, e a posição por intersecção de dois alinhamentos.

Pelo menos um dos astros é necessário que esteja a uma distância finita da Terra e relativamente próxima desta, sem o que o problema ficaria indeterminado e o método não teria sentido. Essa distância finita deve necessariamente intervir nos cálculos, sob a forma de paralaxe geocêntrica, e o que então se determina pela intersecção é a *posição* do ponto de observação no já citado sistema de coordenadas esféricas (sistema equatorial), posição esta definida pela *direção* e pelo *raio vetor* desde a origem do sistema, situada no centro da Terra. Toma-se então um problema de simples geometria adota e refere-se ao mesmo sistema de coordenadas o elipsóide que quisermos, (e cujos parâmetros podemos escolher à vontade, sem que isto em nada altere a posição do ponto) assim como transformamos as coordenadas geocêntricas do ponto de observação, antes obtidas, em coordenadas geográficas (no caso geodésicas) referidas a esse elipsóide. Como resultado final, são obtidas a latitude e a longitude geodésicas do ponto de observação e também a sua altitude em relação ao elipsóide, que são os elementos completos de um Ponto Fundamental. O desvio de vertical e a latitude do geóide sobre o elipsóide resultam por comparação com as coordenadas astronômicas e a cota ortométrica.

É claro que, na prática, as coisas não se passam com tanta simplicidade:

Em primeiro lugar, é necessário que pelo menos um dos astros observados esteja o mais próximo possível da Terra, para que sua paralaxe geocêntrica seja a maior possível e, conseqüentemente, a precisão do resultado também a maior possível. Esse astro há de ser portanto a Lua. Tendo a Lua um diâmetro aparente muito grande e variável, a expressão que acima utilizamos, quando falamos em "dois astros situados ao longo da mesma visada", torna-se apenas uma grosseira aproximação, visto que as efemérides da Lua, como as de qualquer astro, referem-se ao centro do disco aparente.

O problema deriva para a observação de eclipses, ocultações ou circum-ocultações, e complica-se com a introdução de várias outras incógnitas, tais como correções às efemérides da Lua (e do Sol, no caso de eclipses), correção ao diâmetro da Lua expresso em fração do diâmetro da Terra, correção à paralaxe lunar (e solar, no caso de eclipses), correção da topografia lunar, etc.

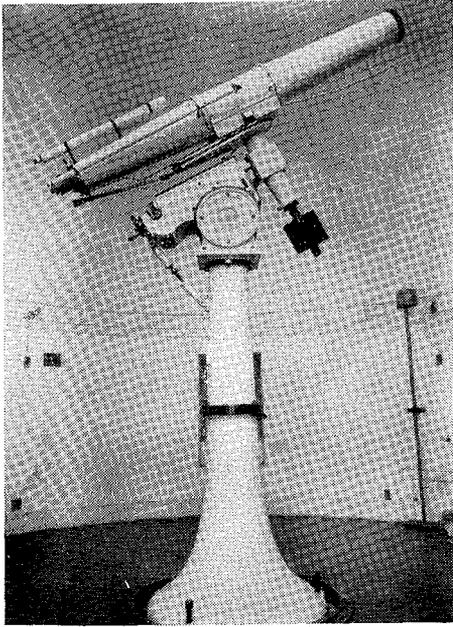
Em segundo lugar, as soluções neste ponto diversificam-se bastante, e especializam-se, conforme se trate de eclipses, ocultações ou circum-elongações, e de métodos fotométricos ou fotográficos etc, e por isto focalizaremos apenas o método adotado pelo Observatório Naval dos Estados Unidos (U. S. Naval Observatory).

Este situa-se no campo da astrometria fotográfica e baseia-se na observação de circum-ocultações. Consiste em determinar repetidamente a posição da Lua por comparação com as posições de estrelas que apareçam, na mesma fotografia, nas imediações do bordo lunar.

A inovação consiste no dispositivo adotado para fotografar, com nitidez e precisão, simultaneamente a Lua e o campo estelar, apesar do aparente movimento retrógrado da Lua em relação àquele campo, da diferença de luminosidade da Lua e das estrelas, e da prolongada exposição necessária para fotografar estas. Esse dispositivo é, entretanto, relativamente simples: Consiste basicamente em um filtro escuro, de faces plano-paralelas, que os raios luminosos da Lua são forçados a atravessar e que os raios luminosos provenientes das estrelas não atravessam. Esta característica compensa o excesso de luminosidade da Lua. Para compensar o aparente movimento retrógrado da Lua, imprime-se a esse filtro um movimento de rotação em torno de um eixo orientado normalmente à direção do movimento aparente da Lua, rotação esta cuja velocidade é graduada de forma a manter a imagem da Lua estacionária sobre a chapa fotográfica, enquanto esta se desloca com velocidade de translação igual à velocidade aparente das imagens das estrelas sobre o plano focal. A observação é referida ao instante em que os raios lunares incidem normalmente sobre o plano do filtro. Esse instante é automática e eletricamente registrado no cronógrafo, que permite compará-lo com sinais horários rádio-telegráficos, de molde a determinar-se em Tempo Universal o instante da observação.

É claro que observação desse tipo exige instalações que só se encontram em observatórios astronômicos. Ela deve ser feita com luneta equatorial e esta deve ser de certo porte, no mínimo sete ou oito polegadas de diâmetro de objetiva, para que o poder separador permita precisão na medição dos ângulos de posição, feita sobre a chapa fotográfica.

A vantagem deste método é remover algumas das incógnitas, pois várias estrelas aparecem em cada chapa, definindo-lhe portanto a escala; o ângulo de posição de cada estrela pode ser medido em relação a vários pontos do bordo lunar, o que tende a compensar as irregularidades deste; a determinação do ângulo de posição é trabalho de laboratório, que pode ser reiterado por diferentes operadores, de forma a compensar os erros pessoais.



Equatorial Grubb. Objetiva 200 mm visual, distância focal 3 metros

A aplicação simultânea deste método, ou quase simultânea, em vários pontos do Globo, contribuirá por outro lado para a melhor determinação das outras incógnitas, e permitirá aperfeiçoar a determinação das variações do Tempo Universal e das variações do movimento de Rotação da Terra. Estes são os problemas em que está particularmente interessado o Observatório Naval e que o levam a solicitar a colaboração de outras entidades, oferecendo ao mesmo tempo fornecer o dispositivo instrumental e o trabalho, delicado e penoso, de redução das observações. Nos termos dessa cooperação, caberia a nós, praticamente sem despesa, apenas o trabalho de observação propriamente dita, e este é trabalho relativamente leve e cômodo. Em compensação teríamos o proveito integral dos resultados, sem contar que ligávamos o nome do Conselho a mais um empreendimento científico de âmbito internacional, e de importância indiscutível.

A adequada solução do problema exige um número grande de observações, que devem prolongar-se por um ano ou mais em cada ponto. Preenchido este requisito, e feitas as observações com o cuidado e a continuidade necessários, estima-se que a precisão final do resultado geodésico (desvio de vertical) seja da ordem do segundo de arco (aproximadamente tinta metros em medida linear sobre a superfície da Terra em nossas latitudes). Este resultado representaria um grande avanço para nós, em matéria de precisão do ponto inicial da triangulação; no momento presente, e à falta de melhor critério, estamos adotando como ponto inicial da triangulação as coordenadas astronômicas de um dos vértices, e não seria de espantar que aí houvesse um desvio de vertical da ordem da dezena de segundos. Nunca houve entre nós estudo algum de desvios de vertical, e não temos portanto a menor idéia sobre a magnitude desses desvios em qualquer ponto de nosso território.

Há portanto um interesse altamente objetivo em nossa participação neste projeto. Considero-me extremamente feliz e honrado em haver sido o arauto, dessa proposta de cooperação com o Observatório Naval dos Estados Unidos, junto ao senhor secretário-geral do Conselho, a quem, juntamente com o professor ALÍRIO DE MATOS e com o Dr. ALÍPIO LEME DE OLIVEIRA, diretores respectivamente da Divisão de Cartografia do Conselho, e do Observatório de São Paulo, apresento felicitações e agradecimentos pelo imediato e decidido apoio que deram a essa iniciativa.