# Métodos gráficos e matemáticos para localização de indústrias através de minimização de custos de transportes e adequação à realidade com introdução de novos fatores utilizando um método para avaliação numérica de uma comunidade.*

MARIA DE LOURDES DE OLIVEIRA

## Introdução

*O objetivo do presente trabalho é pesquisar a região ótima para localização de indústrias, atendendo, de início, à minimização de custos de transportes.*

*Procuramos através de métodos gráficos e matemáticos, com aplicações mecânicas, sugerir diretrizes para uma localização ótima.*

*Neste estudo seguimos os princípios teórico-econômicos do Prof. Ruy Aguiar da Silva Leme, definindo alguns modelos apropriados, principalmente na teoria dos grafos — solução mecânica.*

*Em seguida procedemos a análise das soluções dadas ao problema de localização com adequação da teoria à realidade.*

*Finalmente, a título de ilustração, apresentamos a inclusão de novos fatores influentes na teoria de localização e um método para avaliação numérica de uma comunidade.*

* Dissertação de mestrado apresentada à Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Minas Gerais, em 1975.

# 1 — O Problema de Localização de Indústrias

## 1.1 — Introdução Histórica

Decidir "onde" localizar a atividade econômica é problema que vem crescendo de interesse nos últimos vinte anos e tem merecido análise detalhada de sua importância.

Entretanto, já no século passado alguns autores trataram da localização industrial ainda que abordando os problemas de localização de uma forma parcial e incompleta; as contribuições pioneiras ao estudo sistemático da teoria da localização merecem referência especial.

Dentre estes podemos citar:

1 — Johann H. Von Thunen — Considerado o "pai" dos teóricos da localização e que em 1826 encarou o problema relacionado com a agricultura.

2 — Wilhelm Launhardt — Que em 1882 estudou o problema com relação à atividade industrial.

3 — Alfred Weber — Que por volta de 1909 teve o grande mérito de tentar estabelecer uma teoria da localização e que por essa razão impulsionou vigorosamente os estudos no sentido de enunciar as causas econômicas que determinam a localização industrial.

4 — Andreas Predohl (1925) — Oskar Englander (1926) — Tord Palander (1935) — Que sucederam a Weber, contribuindo, decididamente, para o estabelecimento de uma teoria geral de localização industrial.

5 — August Losch (1936) e Walter Isard (1936) — Cujas obras foram de grande valia ao desenvolvimento da teoria da localização industrial — (Matrizes de entrada e saída na forma regional).

## 1.2 — O "Porquê" do Problema

Todo homem tenta satisfazer suas necessidades para as quais não existe provimento livre e imediato na natureza. Isto obriga a comunidade a utilizar recursos na produção e na distribuição de bens e serviços a fim de poder satisfazer as necessidades dos seus componentes.

Entretanto, os recursos naturais, humanos, tecnológicos e financeiros existentes não são suficientes para atender à demanda gerada pela necessidade. Daí, aos três problemas econômicos fundamentais, ou seja:

— o que produzir

— como produzir

— para quem produzir

adiciona-se um "novo problema": Onde produzir, exatamente, para permitir que, teoricamente, o bem seja produzido onde ele seja mais necessário ou, o que seria mais correto, o local onde o bem seria produzido a custos mínimos.

### 1.3 — Sistemática da Localização

A teoria da localização pode, ao lado da teoria dos transportes e da formação espacial dos preços, ser considerada como um ramo novo da Economia:

A ECONOMIA ESPACIAL

Os problemas espaciais poderiam ser estudados pelos geógrafos que se negam porém a entrar no campo dos modelos matemáticos, dos quais são retiradas as variáveis essenciais e com as quais os economistas procuram traduzir a realidade.

Os fundamentos básicos da teoria clássica da localização são encontrados nas obras de Von Thunen, Alfred Weber e August Losch.

A teoria da localização abrange dois tipos de problema: ONDE produzir um certo produto e O QUE será produzido em um certo lugar.

ONDE PRODUZIR — é um problema afeto a um industrial.

O QUE SERÁ PRODUZIDO — em um determinado espaço geográfico, seria um problema de um planejador governamental, um problema na instalação de uma usina hidrelétrica ou um problema de um fazendeiro.

Adotando a classificação do Prof. Ruy Leme em seu tratado *Contribuições à Teoria da Localização Industrial,* podemos dividir a Teoria da Localização em:

a) Teoria da Localização Agrícola, Industrial e Urbana

b) Teoria da Microlocalização e da Macrolocalização

c) Estática localizacional e dinâmica localizacional.

A teoria da Macrolocalização pesquisa uma região dentro de um país ou no máximo dentro de uma zona economicamente integrada.

A Microlocalização procura situar a indústria dentro da região determinada pela macro.

A Estática localizacional estuda a distribuição espacial e a Dinâmica, a evolução da distribuição espacial no tempo.

A Dinâmica espacial é muito importante, pois, ao se instalar uma indústria, sua posição permanecerá inalterada pelo menos por duas dezenas de anos.

O problema pode ser enunciado considerando dadas as localizações de todas as fontes de matérias-primas e mercados ou estabelecer-se simultaneamente todas as localizações.

Logicamente a teoria da localização industrial procura selecionar a localização que dá maior lucro.

A adaptação da teoria à realidade repousa nesta hipótese e pode ser decomposta em 3 elementos:

a) Racionalidade dos analistas a partir de uma escala de preferência constante no tempo;

b) Previsão das ocorrências futuras por um período de tempo idêntico ao que se supõe de duração da indústria;

c) A escala de preferência deve ser expressa de forma que a função utilidade corresponda à função lucro da firma.

É claro que em se tratando de suposições prevê-se distorções da teoria na aplicação à realidade.

A adequação da teoria à realidade é inversamente proporcional ao dinamismo da sociedade, pois quanto mais constantes forem as condições mais acertada será a previsão do futuro e mais corretas serão as decisões.

O desenvolvimento de uma teoria da localização mais adaptada à explicação da realidade pode ser feito substituindo-se o esquema da decisão na certeza por um de decisão na incerteza. Valoriza-se então nossa hipótese inicial para a minimização dos custos, pois estes são mais fáceis de serem calculados, no momento da decisão, do que os lucros.

A questão da correspondência da função utilidade e lucro da firma pode ser visualizada segundo o gráfico em que são ponderados fatores extraordinários.

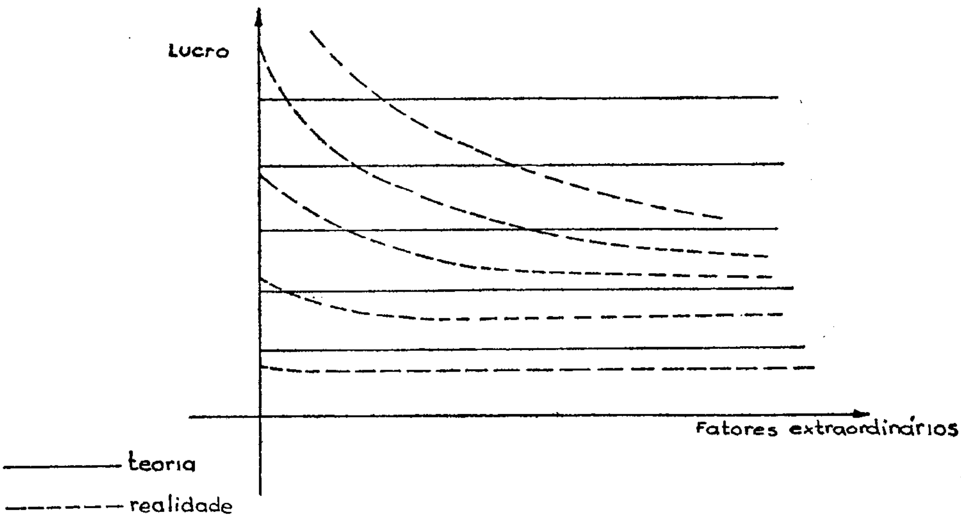



FIG. 1

Concluímos que os resultados serão tão mais próximos da realidade quanto menores forem os lucros, ou seja, quanto mais reduzidos forem os elementos de imperfeição na concorrência.

No nosso modelo procuramos preencher os requisitos:

— onde localizar, dando tratamento de localização industrial;

— pesquisa no campo, inicialmente, da macrolocalização;

— análise do problema sob o ponto de vista de estática localizacional, a mais aproximada possível da realidade;

— os resultados poderão ser aplicados ditando regras, e explicando a realidade, na solução de problemas ONDE produzir um certo produto, ou O QUE produzir num certo lugar.

### 1.3.1 — Diretrizes para uma pesquisa de localização

Distinguimos duas espécies de métodos aplicados na teoria de localização:

— Métodos Indutivos

— Métodos Dedutivos.

## MÉTODOS INDUTIVOS OU OBSERVAÇÕES DA REALIDADE

Correspondem a um mínimo de abstração:

— estatístico: em que se estuda por tabelas de probabilidade a associação das variáveis: dimensão, localização e mecanização.

— Questionário ou histórico — usado nos tratamentos elementares dos problemas localizacionais, em que se estuda e analisa os resultados obtidos com indústrias já instaladas.

## MÉTODOS DEDUTIVOS — MODELOS PASSÍVEIS DE TRATAMENTO MATEMÁTICO

Os resultados são testados a partir da comparação de dados históricos ou estatísticos através de *check list.*

Os modelos empregados diferem quanto ao grau de abstração que se reflete no número de variáveis exógenas admitidas e no número de variáveis endógenas explicadas.

A seqüência adotada na aplicação dos métodos:

a) Enunciado dos fatores localizacionais:

— Os econômicos.

— Os não econômicos que não são incluídos no estudo teórico do problema, mas são ponderados no momento de aplicação.

— As componentes do lucro econômico que possam variar com a posição geográfica.

b) O estabelecimento de equações ou processos gráficos.

c) Testes.

Para uma análise do problema locacional, que envolve uma infinidade de fatores, necessário se torna que façamos abstração de alguns deles, fugindo à realidade e tornando exógenas muitas das variáveis endógenas.

Analisaremos, portanto, o processo locacional através de um modelo apenas em função do fator transporte.

É claro que fugindo à realidade, podemos chegar a conclusões controvertidas que deverão ser corrigidas com a inclusão de outros fatores para uma solução mais aproximada da realidade.

Além disso, os fatores puramente econômicos sofrem mutações causadas por inúmeros problemas, tornando a localização industrial, tema complexo.

Estas mutações podem ser causadas por:

— Modificações geográficas nas disponibilidades de recursos.
— Modificações nos processos de produção e de distribuição.
— Alteração da preferência de consumidores.
— Localização dos centros de consumo.
— Influências diversas.

Apesar de todas essas dificuldades podemos estabelecer critérios razoavelmente válidos para a determinação do local de produção, pois sabemos que qualquer empresa industrial possui três etapas distintas:

— Reunião dos materiais necessários à produção.
— Beneficiamento ou transformação.
— Venda e distribuição.

Verificamos que as etapas primeira e terceira são influenciadas diretamente pelos *Custos de Transportes* e a segunda etapa pelos *Custos de Beneficiamento.*

Daí podermos concluir que, economicamente falando, a localização industrial é a medida dos Custos de Transporte, dos Custos de Beneficiamento, ou seja, dos custos totais:

$$CT = Ct + Cp \tag{1}$$

Desde que os fatores econômicos sejam encarados como vantagens geográficas no que se refere a custos, podemos afirmar que o objetivo da localização industrial é tornar o custo total mínimo.

### 1.3.2 — Fatores que influenciam a escolha

No estudo da localização industrial devemos levar em conta dois tipos de fatores:

a) Fatores quantitativos.

b) Fatores qualitativos.

— FATORES QUANTITATIVOS — são aqueles que podem ser medidos e orçados:

EXEMPLOS:

— Mercado — transporte e distribuição de produto.

— Mão-de-obra — disponibilidade, níveis salariais.

— Combustíveis — disponibilidade e transporte.

— Energia — disponibilidade e tipo de fornecimento.

— Água — disponibilidade e tratamento necessário.

— Topografia e geologia do local — terraplenagem, estaqueamento, muros de arrimo, drenagem, estradas de acesso, pontes, etc., custo do terreno.

— Tipos de construção dos prédios fabris.

— Obras auxiliares — vila operária, hospital, escolas, etc.

— Resíduos industriais — necessidade de neutralização.

— Impostos locais e matérias-primas — disponibilidade e transporte.

— FATORES QUALITATIVOS — são fatores que dependem de condições "flutuantes" ou de "simpatias" e "preconceitos", e que somente podem ser estimados como influências favoráveis ou contrárias, por confronto ou comparação entre vários locais:

— Transportes de cargas disponíveis — rodoviário, ferroviário, aéreo, marítimo, fluvial.

— Potencialidades e treino profissional local — SENAI, Escolas profissionais, artesanato local, etc.

— Serviços Municipais — pavimentação, água encanada, esgoto, iluminação pública.

— Facilidades de Manutenção — oficinas mecânicas, oficinas de encanadores, eletricistas.

— Condições higiênicas e alimentares da população local.

— Meios de comunicação — telefone, correio, telégrafo.

— Comércio local — abastecimento normal.

— Recursos para os operários — educacionais, recreativos e turísticos.

— Vizinhança — barulho, fumaça, poeira e poluição.

— Serviços de proteção — polícia, bombeiros e assistência.

— Politização dos trabalhadores e da população local — hábitos e costumes locais.

— Zoneamento municipal.

— Facilidades e incentivos governamentais — isenção de impostos e financiamentos.

— Bancos.

— Clima — temperatura, umidade, ventos dominantes, emergência, etc.

— Expansão do mercado local.

— Saturação futura dos meios de transportes e dos fatores quantitativos pela instalação de novas indústrias e pelo crescimento da população.

## 1.4 — Fator Transporte

O fator transporte, sendo o de maior influência na localização de indústrias, será tratado com maior destaque.

### 1.4.1 — Custo de Transporte

Se analisarmos detalhadamente os fatores acima enumerados e que influenciam na escolha do local para implantação industrial, verificamos que, mormente nas condições brasileiras atuais, quando se procura a interiorização industrial ou a interiorização do desenvolvimento, é bastante difícil a mensuração de muitos daqueles fatores. Entretanto, um dos fatores se apresenta como fundamental e perfeitamente mensurável — "O Custo do Transporte", responsável por grande parcela do Custo Total.

Assim sendo, nosso propósito e objetivo é o de tentar estabelecer um método que nos dê condições de escolher a melhor localização industrial através da minimização dos custos de transporte.

### 1.4.2 — Estrutura dos custos de transportes

Para melhor compreensão do problema é necessário uma sucinta explanação acerca da estrutura dos custos.

Para determinação dos custos de transportes devem ser compiladas, entre outras, duas grandes parcelas:

— Custos fixos da empresa transportadora que estão exemplificadas pelas seguintes despesas:

— Garage.

— Conservação e manutenção.

— Ordenados e salários.

— Encargos sociais.

— Depreciação.

— Amortização das instalações e dos veículos.

— Impostos e taxas.

— Seguros.

— Outros.

Estas despesas são invariáveis, ou seja, existem em quaisquer situações ainda que os veículos utilizados estejam parados.

— Custos variáveis — que podem ser exemplificados pelas seguintes despesas:

— Combustíveis.

— Lubrificantes.

— Pneus.

— Outros.

Estas despesas existem em função da utilização do veículo.

Obs.: Estamos subentendendo que outros custos variáveis, tais como os custos semivariáveis, estejam computados na parcela de custos variáveis, já que esta suposição não altera em nada nosso raciocínio.

**1.4.3 — Representação Gráfica**

Podemos estabelecer graficamente os custos fixos e variáveis para melhor visualização da questão.

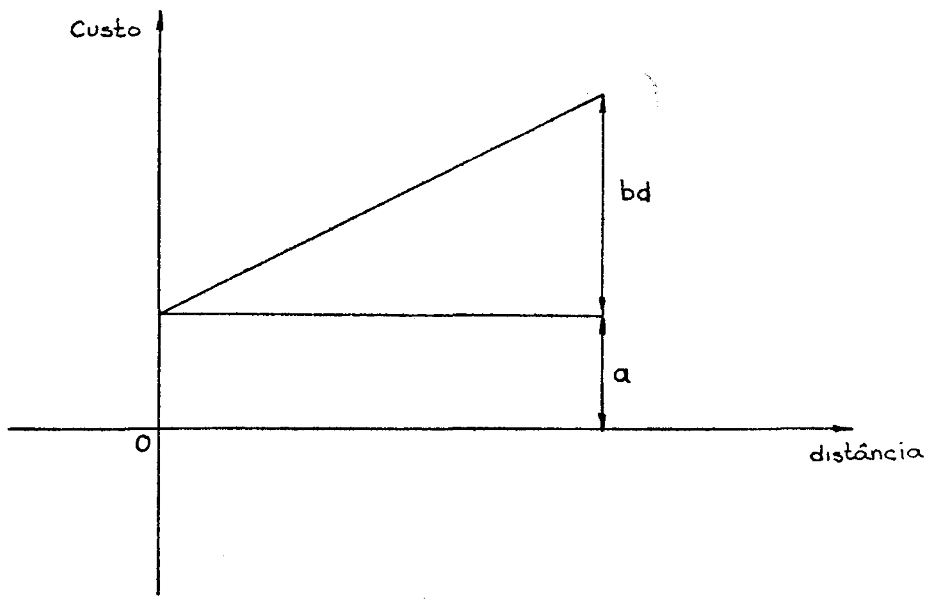



**FIG. 2**

$$C = a + bd \qquad (1.a)$$

em que:

a = Custos fixos.

b = Custos variáveis.

d = Distância percorrida.

Na análise dos custos de transportes devemos considerar:

— Distância entre as fontes de matérias-primas e a indústria, e distância entre a indústria e o mercado consumidor.

— Peso transportado.

— Tarifas ou fretes do transporte.

Além disso, outros fatores atuam na determinação do custo de transporte:

— Tipos de transporte.

— O uso do transporte no retorno que pode modificar a tarifa.

— A topografia, o clima e a estrutura dos sistemas regionais de transporte;

— O tipo de mercadoria a ser transportada.

Entretanto, todos esses fatores são perfeitamente suscetíveis de uma simplificação matemática, justificando perfeitamente a afirmação de que os custos de transporte dependem dos fatores:

— Distância.

— Peso.

— Frete.

Obs.: Na prática, muitas vezes teremos que considerar atentamente os outros fatores por questões de competição empresarial.

## 2 — Modelo Econômico

### 2.1 — Restrições ao Problema de Localização

— Custos de Transporte — para nossa análise, consideraremos os custos do transporte como uma função do peso a ser transportado e da distância a percorrer, a uma determinada tarifa.

É claro que fizemos abstrações à realidade, pois esses custos sofrem influências de outros fatores que simplificamos em nossa análise, através de noções de peso ideal e peso real.

— Tipos de matérias-primas — as matérias-primas são classificadas quanto a sua dispensabilidade, mobilidade e ocorrência geográfica em:

— Dispensáveis ou indispensáveis.

— Móveis ou imóveis.

— Localizadas em uma única fonte ou em várias fontes dentro da região (ubiqüidade).

## 2.2 — Características dos Produtos Industriais

A principal característica dos produtos industriais é a transportabilidade.

Essa característica influi na comparação entre alternativas de localização devido à dificuldade, ou não do transporte do produto acabado e influindo na localização próxima do mercado de consumo.

## 2.3 — Minimização dos Custos de Transporte

*Comparação da realidade com abstrações úteis ao modelo*

| REALIDADE | MODELO |
|---|---|
| $M_i$ — $M_i$ $(L)$ — as demandas dos diferentes mercados poderão variar com a localização<br>$P_i = P_i$ $(L)$ — o preço $P_i$ poderá também depender da localização $L$, assim como a capacidade de produção capaz de atender as demandas dos diferentes mercados<br>$C = \Sigma$ $M_i$ $(L)$ — Capacidade de produção | $M_i \begin{cases} = O, \text{ mercados não atendidos} \\ = h_i, \text{ mercados atendidos} \end{cases}$<br>Isto é, admitimos $M_i$ constante<br>Os mercados são considerados puntiformes<br>Os preços $P_i$ também são considerados constantes<br>A capacidade de produção da indústria também será fixada pela relação<br>$C = Wh^o$, independente da localização |
| $Q_j = Q_j$ $(L)$ — a produção da quantidade $C$ do produto exigirá diferentes matérias-primas, obtidas de diversas fontes de localização $J$<br><br>$q_j = q_j$ $(L)$ — preço quant. adquirida | Distinguimos matérias-primas localizadas — neste caso é escolhida uma só fonte em $J$ antes de determinar $L$<br>$Q_j = Q$ para $J = L$<br>$Q_j = O$ para $J \neq L$<br>ubiquidades presentes em toda a região:<br>$Q_j = Q$ para $J = L$<br>$Q_l = O$ para $J \neq L$<br>Em qualquer dos dois casos haverá uma fonte de suprimento para cada matéria-prima<br>$q^o$ — preço quantidade contante |
| $K = K$ $(L)$ — custo de transformação por unidade $K$ dependerá da capacidade de produção, também, porque os preços dos fatores de produção variam com a localização $L$ | O custo unitário de transformação $K$ é considerado constante em toda região de estudo<br>$K$ = constante |

Concluindo estabelecemos as expressões:
na realidade:

$$l = \Sigma M_i(L)\ p_i(L) - \Sigma Q_j(L)\ q_j(L) - C_k(L) - T(L) \qquad (1)$$

A solução do problema seria determinar $L$ para a maximização do lucro $l$.

No nosso modelo, teríamos:

$$l = \Sigma h_i \ p_i - \Sigma Q_j \ q_j - C_k - T(L) = \text{constante} \ - T(L)$$

cujo máximo coincide com o mínimo de $T(L)$.

Assim, a localização é escolhida em função das despesas de transporte.

Então o objetivo do máximo lucro coincidirá com o do mínimo custo de transporte das matérias-primas ou dos produtos acabados.

## 3 — Análise da Orientação Para o Transporte

### 3.1 — Métodos Para Determinação de Localização de Indústrias

PONTO LOCACIONAL — REPRESENTATIVO

De uma localização em que todos os consumidores e todas as fontes de matéria-prima estejam localizados em um só local:

1 — No caso em que a indústria utilize apenas ubiqüidades, sua localização seria junto ao mercado consumidor.

2 — Tratando-se da utilização de apenas uma matéria-prima localizada, a indústria seria localizada junto à fonte de matéria-prima.

LINHA LOCACIONAL — REPRESENTATIVA

Da hipótese em que uma indústria utilize apenas uma matéria-prima localizada em um ponto e que o mercado consumidor seja concentrado em outro ponto.

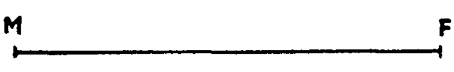



FIG. 3

A localização deve ser orientada de acordo com a força de atração das matérias-primas necessárias para a produção e o produto acabado, que pode ser dada pelo índice de material de Weber — caso generalizado. Este índice é definido como o quociente de peso da matéria prima localizada pelo peso do produto.

$$l = \frac{M - U}{M - P} \tag{3}$$

M — soma dos pesos de todas as matérias-primas utilizadas

U — peso das ubiqüidades

P — perda de peso na transformação dos produtos.

Concluímos:

Se $U < P$ $\quad l > 1$

Se $U > P$ $\quad l < 1$

E mais,

Se $l < 1$, concluímos que a indústria terá sua localização ótima junto do mercado;

Se $l > 1$, a indústria poderá ou não ser atraída pelo mercado.

Vejamos:

— Se a indústria utilizar apenas uma matéria-prima, será atraída pela mesma;

— se utilizar diversas matérias-primas, só será atraída por uma delas se o índice de material, incluindo no numerador apenas esta matéria-prima, superar a unidade.

*OBS.: a 2.ª conclusão não se aplica neste caso.*

CASO DO TRIÂNGULO LOCACIONAL-REPRESENTATIVO

Da hipótese em que uma indústria utilize duas fontes de matéria-prima necessária para a formação do produto, localizadas em $F_1$ e $F_2$ e um centro consumidor M.

Neste caso teremos a representação gráfica através de um triângulo, o triângulo locacional:

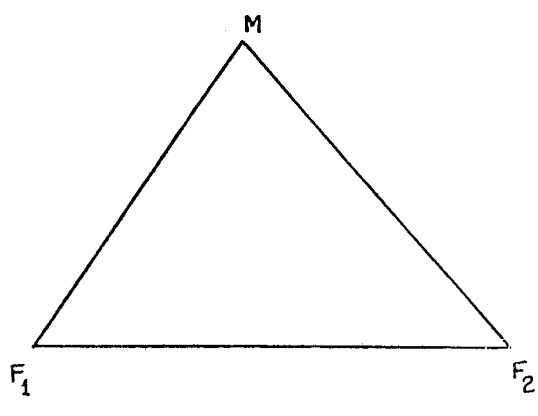



FIG. 4

Novamente, a localização deve ser orientada de acordo com a força de atração das matérias-primas e do produto acabado.

— sendo o peso aplicado a qualquer um dos vértices, maior ou igual a soma dos pesos dos outros dois, a indústria será atraída para este vértice;

— caso isto não aconteça, não havendo pesos dominantes ou preponderantes, o ponto de localização deve ser determinado dentro do triângulo, através de processo mecânico, determinando-se o ponto de equilíbrio de forças aplicadas aos vértices do triângulo locacional.

O tratamento para a determinação do ponto ótimo poderá ser o mesmo dado para a determinação da posição do centro de massa de um conjunto de pontos materiais.

Supondo-se $F_1$ $(x_1, y_1)$, $F_2$ $(x_2, y_2)$ e $M$ $(x_3, y_3)$, determinamos o centro de massa:

— ponto ótimo de localização $0$ $(x, \bar{y})$, através de:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\, m_i\, x_i}{\Sigma\, m_i} \qquad \bar{y} = \frac{\Sigma\, m_i\, y_i}{\Sigma\, m_i} \tag{4}$$

válido para quaisquer números de pontos pesados, orientados por um determinado sistema de coordenadas.

*CASO DE POLÍGONO LOCACIONAL*

Trata-se da generalização do sistema.

Consideramos neste caso uma série de pontos representativos de diversas fontes de matérias-primas e de uma série de centros de mercado consumidor.

A solução do problema poderá ser alcançada por tratamento mecânico.

### 3.2 — Isolinhas

São linhas de contorno que para nosso problema representam:

— o tempo necessário à entrega das mercadorias e

— os custos de transporte de materiais, produtos acabados ou de materiais e de produtos acabados, conjuntamente.

Dentre as isolinhas, distinguimos as isodapanas que são linhas de contorno que ligam pontos nos quais os custos conjuntos de transporte para matérias primas e para o produto acabado são os mesmos.

O conceito de isodapanas (iso — igual, dapane — despesas) foi criado por Weber em sua teoria localizacional de indústrias.

Isodapanas — lugar geométrico das localizações com o mesmo custo de transporte.

*Construção de Isodapanas para o Polígono Locacional*

Hipóteses admitidas e traçado gráfico:

1 — supomos inicialmente que se trata de uma superfície homogênea de transportes;

2 — consideramos que a partir de cada ponto vinculado a uma fonte de matéria-prima ou centro de mercado de consumo são traçados isovetores, que são definidos como linhas de contorno que ligam pontos que podem ser alcançados com o mesmo custo de transporte, possuindo o mesmo ponto de referência — foco;

3 — traçados isovetores — que são círculos concêntricos, de intervalos iguais para cada foco, e cujo raio inicial e intervalos são proporcionais às intensidades de cada ponto pesado — fazemos a associação dos isovetores dois a dois, determinando pontos que indicarão novas linhas que representam os custos combinados dois a dois.

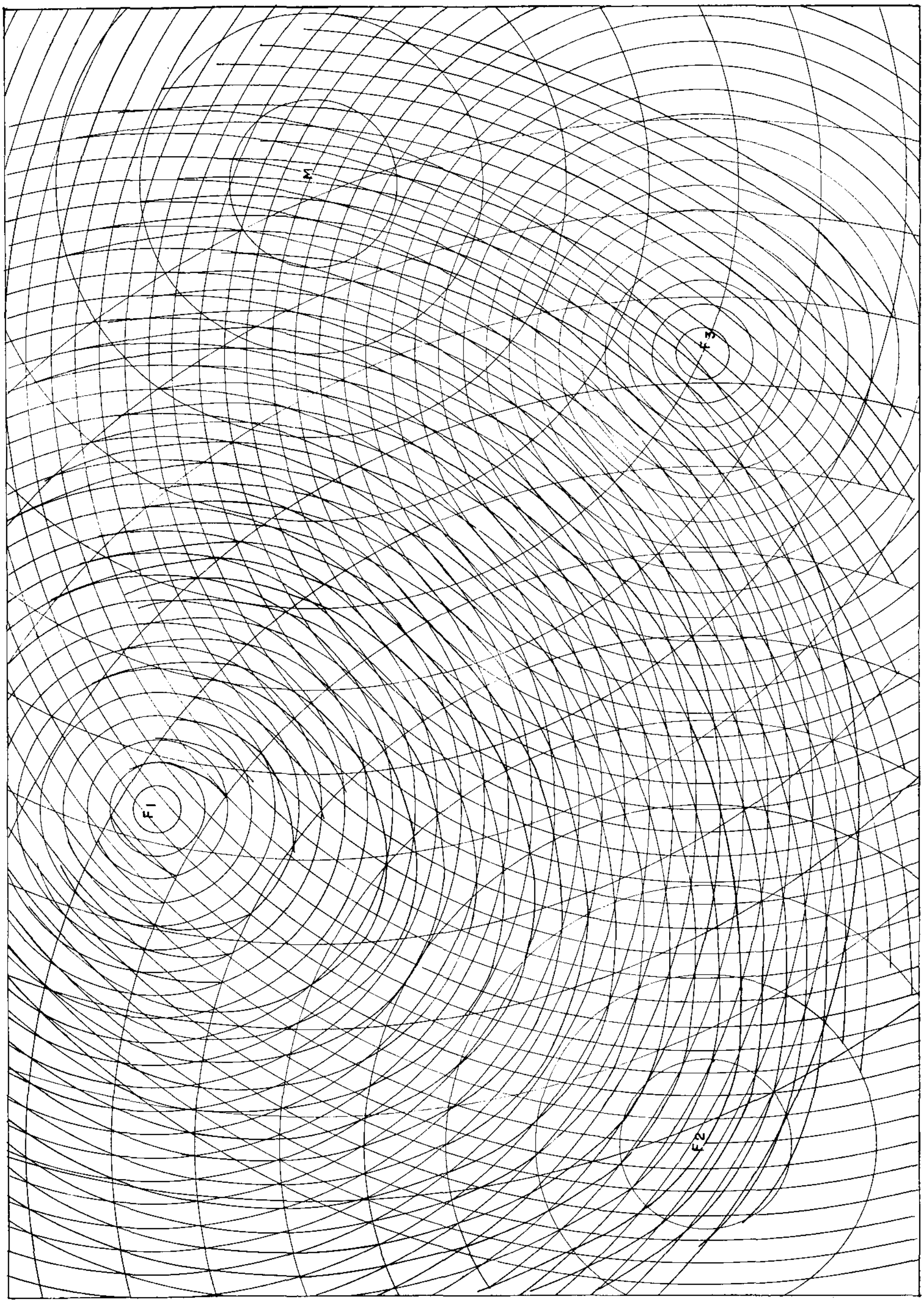



Fig. 5.a

Combinação de $F_1$ com $F_2$

4 — a união desses pontos formam as isodapanas que indicarão os pontos em que os custos totais e combinados de transporte dos pontos pesados são os mesmos;

5 — a isodapana mais interior no polígono locacional delimita a zona de localização ótima da indústria;

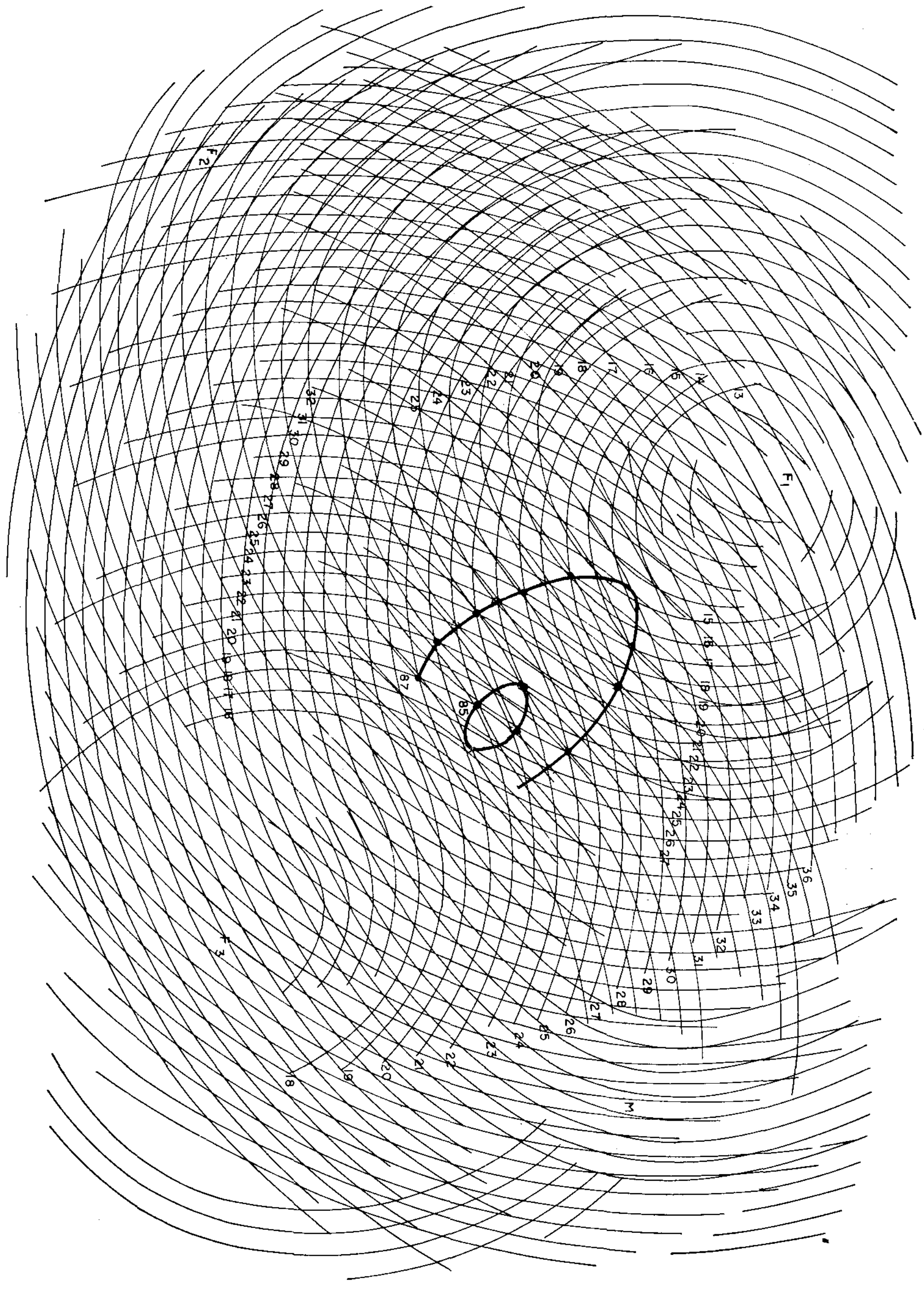


Fig. 5.b

6 — trata-se de um processo teórico em que poderão ser considerados estrutura tarifária não proporcional à distância, sem os ajustamentos dos pesos admitidos nas hipóteses iniciais e pode considerar diferentes vias de transporte. Neste caso os isovetores e as isodapanas terão forma assimétrica, o que não influirá nos resultados da análise.

7 — os autores dedicados à teoria de localização dão muito valor ao processo gráfico de isodapanas, pois ele possibilita a determinação de uma área ótima de custos mínimos de transporte e não um ponto único.

### 3.3 — Método Gráfico do Polígono Funicular

Seja a determinação da localização ótima de uma indústria, com a minimização dos custos de transporte.

Consideremos o peso a transportar $P_i$ e o frete correspondente $F$.

Podemos então escrever:

$$F = p_i \ (a_i + b_i \ d_i)$$

$$F = a_i \ p_i + (b_i \ d_i) \ p_i \qquad (5)$$

Como podemos verificar, o valor do custo total do transporte é igual a soma de duas parcelas:

— uma fixa $P_i \, a_i$ (carregamento ou portagem)

— uma variável $P_i \ (b_i \, d_i)$ (transportação ou carretagem).

Indiquemos por $M$ o módulo do vetor tal que:

$$M = |p_i \ b_i| \qquad (6)$$

*Problema 1*

Seja o percurso entre as fontes de matéria-prima e de mercados de consumo (distribuição) indicado no eixo da figura abaixo.

Procuremos através deste problema particular o ponto ótimo de localização e procuremos a generalização.

— No ponto $A$ aplica-se $M_1$ de intensidade $m_1$ Cr$/km

— no ponto $B$ aplica-se $M_2$ de intensidade $m_2$ Cr$/km

— No ponto $C$ aplica-se $M_3$ de intensidade $m_3$ Cr$/km

— No ponto $D$ aplica-se $M_4$ de intensidade $m_4$ Cr$/km

Assim, os vetos são dados em custo, por distância percorrida. Determinemos o ponto de equilíbrio.

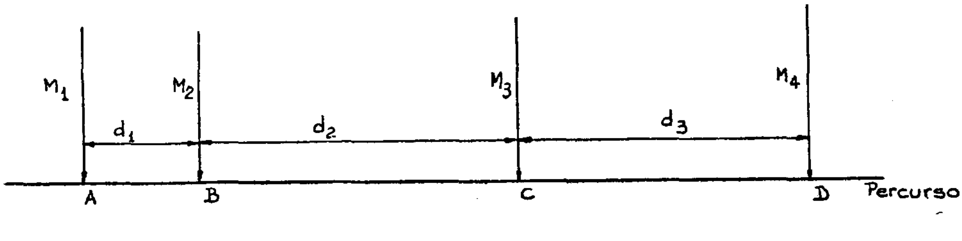



FIG. 6.a

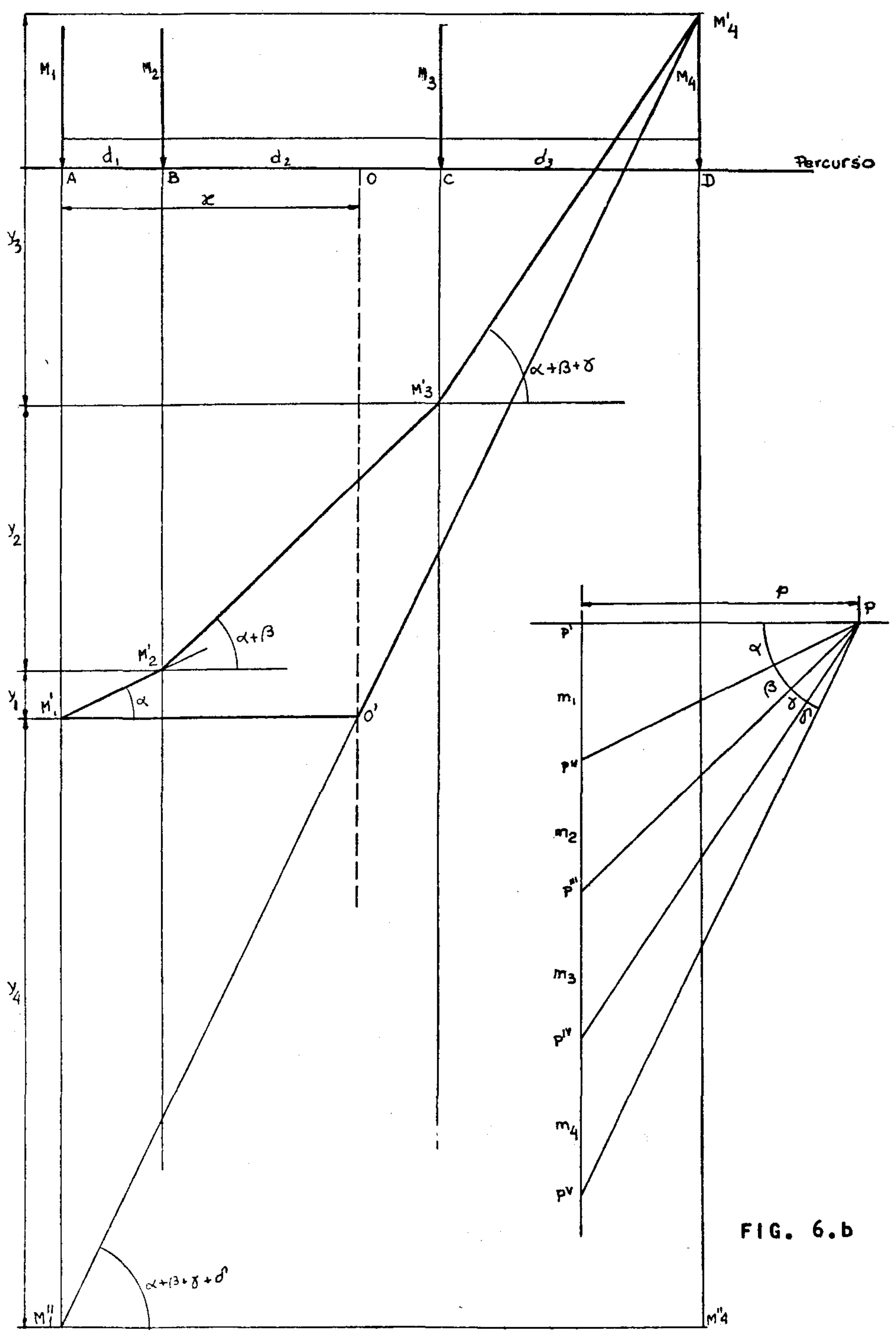



Fig. 6.b

**3.3.1 — Descrição do Processo Gráfico**

1 — Tomamos *P* (pólo) e definimos *PP'* $= p$ (distância Polar)

2 — Na perpendicular baixada de P', marcamos $m_1$, $m_2$, $m_3$, $m_4$ e unimos os pontos determinados ao pólo *P*.

3 — De um ponto qualquer $M'_1$, tomado no prolongamento de $M_1$, traçamos uma paralela a $PP'$ e $M'_1$ $M'_2$, paralela a $pp''$ e determinamos o ponto $M'_2$ no encontro com a projeção de $M_2$.

4 — De $M'_2$ traçamos a paralela $PP'''$ e determinados $M'_3$ e assim por diante.

5 — Finalmente, do ponto $M'_4$, traçamos a paralela $PP^v$, que irá encontrar a primeira paralela construída em $0'$.

6 — A perpendicular no eixo traçado de $0'$ — resultante — definirá o ponto de equilíbrio $0$ no eixo.

*Verificação*

Na construção auxiliar, indiquemos por $\alpha$,$\beta$, $\gamma$ e $\delta$, os ângulos formados em $P$.

Temos então:

$$\begin{aligned} m_1 &= p \ tg \ \alpha \\ m_1 + m_2 &= p \ tg \ (\alpha + \beta) \\ m_1 + m_2 + m_3 &= p \ tg \ (\alpha + \beta + \gamma) \\ m_1 + m_2 + m_3 + m_4 &= p \ tg \ (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} tg\alpha &= \frac{m_1}{p} \\ tg \ (\alpha + \beta) &= \frac{m_1 + m_2}{p} \\ tg \ (\alpha + \beta + \gamma) &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{p} \\ tg \ (\alpha + \beta + \gamma + \delta) &= \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{p} \end{aligned} \tag{8}$$

Por construção, os ângulos em:

$$\begin{aligned} &M'_1 \ é \ \alpha \\ &M'_2 \ é \ (\alpha + \beta) \\ &M'_3 \ é \ (\alpha + \beta + \gamma) \\ &M'_4 \ é \ (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \end{aligned}$$

Então:

$$\begin{aligned} y_1 &= d_1 \ tg \ \alpha \\ y_2 &= d_2 \ tg \ (\alpha + \beta) \\ y_3 &= d_3 \ tg \ (\alpha + \beta + \gamma) \\ y_4 &= x \ \ tg \ (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \end{aligned} \tag{9}$$

Comparando (8) e (9), deduzimos:

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{d_1 \ m_1}{p} \\ y_2 &= \frac{d_2 \ (m_1 + m_2)}{p} \\ y_3 &= \frac{d_3 \ (m_1 + m_2 + m_3)}{p} \\ y_4 &= \frac{x \ (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}{p} \end{aligned} \tag{10}$$

Somando membro a membro, temos:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = \frac{d_1 \ m_1}{p} + \frac{d_2 \ (m_1 + m_2)}{p} + \frac{d_3 \ (m_1 + m_2 + m_3)}{p} + \\ + \frac{x \ (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}{p} \tag{11}$$

Ora, do triângulo $M'_4$, $M''_1$, $M''_4$, temos:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = (d_1 + d_2 + d_3) \ tg \ (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \tag{12}$$

Então:

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = (d_1 + d_2 + d_3) \ \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{p} \tag{13}$$

Igualando (11) e (13), determinamos $x$:

$$x = \frac{d_1 m_2 + (d_1 + d_2) m_3 + (d_1 + d_2 + d_3) m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \tag{14}$$

Temos, assim, determinada a posição da resultante.

Por outro lado, podemos calcular $x$ partindo da aplicação da teoria das distâncias inversamente proporcionais aos valores aplicados nos pontos dados.

Assim:

$$\frac{m_1}{\frac{1}{x}} + \frac{m_2}{\frac{1}{x - d_1}} = \frac{m_3}{\frac{1}{d_1 + d_2 - x}} + \frac{m_4}{\frac{1}{d_1 + d_2 + d_3 - x}} \tag{15}$$

Logo:

$$\begin{aligned} m_1 x + m_2 x - m_2 d_1 = m_3 d_1 + m_3 d_2 - m_3 x + m_4 d_1 + \\ + m_4 d_2 + m_4 d_3 - m_4 x \end{aligned} \tag{16}$$

Finalmente:

$$x = \frac{d_1 m_2 + (d_1 + d_2) m_3 + (d_1 + d_2 + d_3) m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \tag{17}$$

Vimos assim verificado o processo gráfico.

*OBS.: Consideramos a distância polar paralela ao eixo de repouso, coincidente com o raio PP'. O processo aplica-se, evidentemente, para o deslocamento de P.*

Para a solução do problema 1 poderemos aplicar a teoria dos momentos estáticos das forças, em mecânica, com o auxílio do polígono funicular.

*Definições*:

1) A figura 7.b, onde as forças são representadas numa certa escala em intensidade, se chama polígno das forças ou dinâmico.

2) As forças auxiliares *PP', PP"*, etc., são chamadas raios vetores ou raios polares.

3) Os raios vetores convergem num ponto *P*, que se chama pólo.

4) A figura 7.a apresenta um suporte das forças auxiliares, constituindo uma linha poligonal que se chama polígono funicular.

5) A distância *P*, indicada na figura 7.b é chamada distância polar.

6) O ponto *0* é chamado baricentro dos pontos $M_1$, $M_2$, $M_3$ e $M_4$.

Entende-se, em mecânica, por momento estático de uma força, com referência a um ponto, o produto da força pela normal traçada do ponto à força; assim, por exemplo, na figura 8, o produto P.p é o momento estático da força *P* com referência ao ponto *A*.

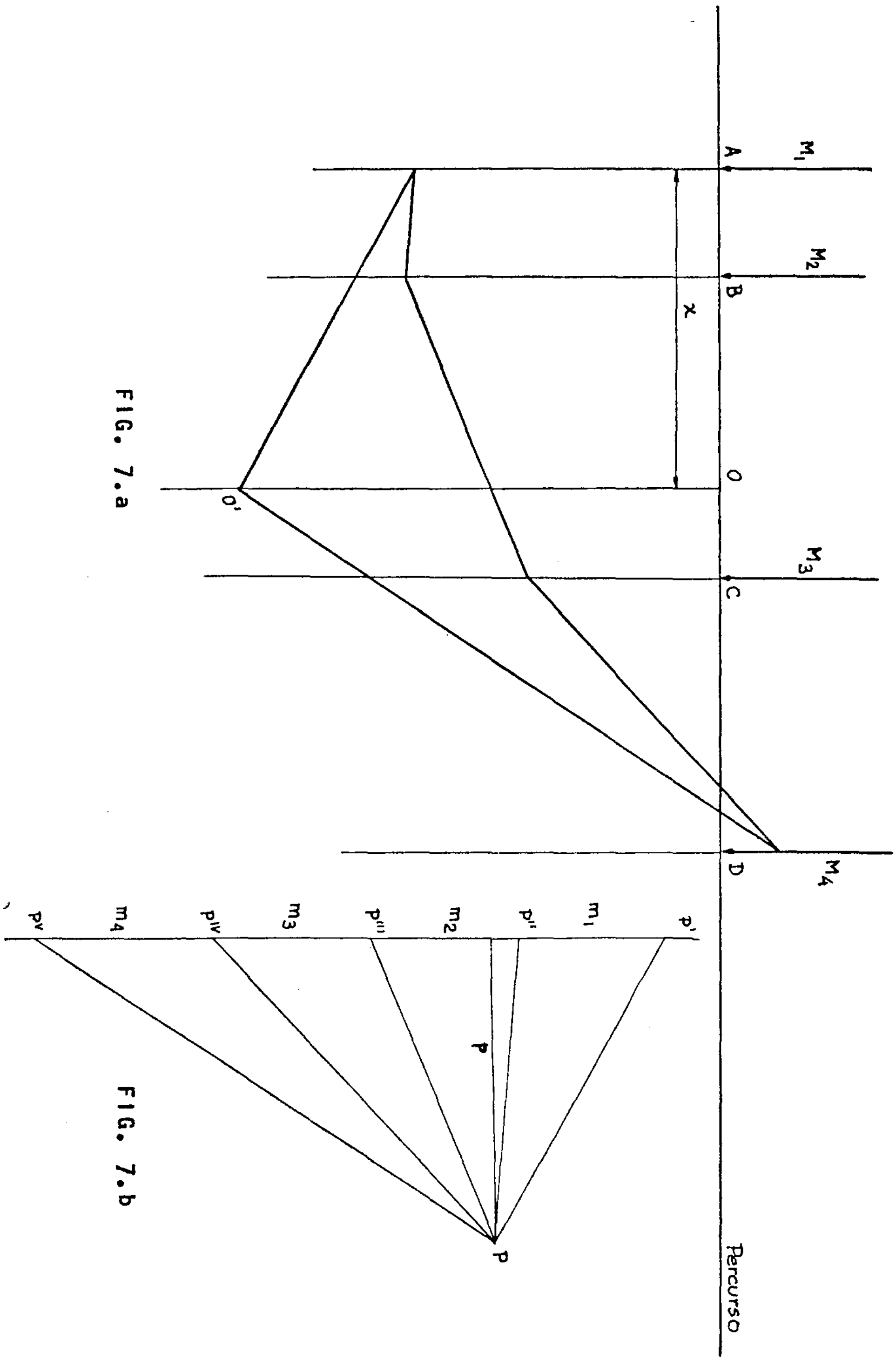



FIG. 7.a

FIG. 7.b

De acordo com a tendência da força a girar à direita ou à esquerda, ao redor de *A*, o produto será positivo ou negativo.

Demonstremos que se pode determinar, por meio do polígono funicular, o momento estático de uma força com referência a um ponto.

Sendo $P_1$, $P_2$, $P_3$, na figura 9, forças quaisquer com diferentes pontos de aplicação e seja $R$ paralela e $\overline{ad}$ a resultante das forças citadas.

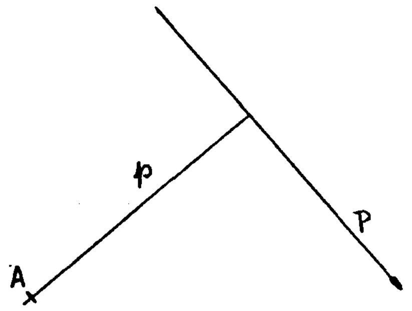



FIG. 8

Se $L_1$ é o comprimento da perpendicular traçada do ponto $A$ sobre $P_1$, o momento estático da força, $P_1$, com referência ao ponto $A$, será $P_1L_1$.

Pode-se obter outra expressão para este produto aplicando-se semelhança de triângulos.

Com efeito; se se traçar por $A$ uma paralela a $P_1$, que corte em $f$ e $e$ os lados do polígono funicular IV, I e I, II que passam por $P_1$, nos triângulos $\underline{abo}$ e $\underline{ife}$, se verificará a condição:

$\overline{ab}$ paralela a $\overline{fe}$
$\overline{ao}$ paralela a $\overline{if}$ e
$\overline{bo}$ paralela a $\overline{ie}$

Logo o triângulo $\overline{abo}$ será semelhante a $\overline{ife}$.

Mas os lados homólogos dos triângulos semelhantes estão na mesma relação que suas alturas.

Logo, se traçarmos de $0$ a normal $H_1$, sobre $\overline{ab}$ e representamos por $L_1$ a normal de 1 a $\overline{fe}$, teremos:

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{fe}} = \frac{H_1}{L_1} \tag{18}$$

ou substituindo $\overline{ab} = P_1$

$$\frac{P_1}{\overline{fe}} = \frac{H_1}{L_1} \tag{19}$$

Como $-$ $P_1L_1$ é o momento estático da força $P_1$ com referência a $A$, teremos:

$$M_1 = -\overline{fe} \cdot H_1 \tag{20}$$

*Escalas*:

Uma vez adotadas as escalas de comprimento e de forças, e traçados os polígonos, o próximo problema será determinar a escala que se deverá utilizar para se medir os fatores $\overline{fe}$ e $H_1$.

Para solucionar este problema basta considerar a proporção (18).

Em (18) o primeiro termo $\overline{ab}$ é uma força, portanto o segundo termo $\overline{fe}$ será outra força, logo deverá ser medida com escala de forças.

$L_1$ representa um comprimento, por conseguinte $H_1$ será um comprimento, devendo ser medido por escalas de comprimento.

Portanto, o momento estático das forças $P$ com referência ao ponto $A$ deverá ser dado em unidade de comprimento por unidade de força.

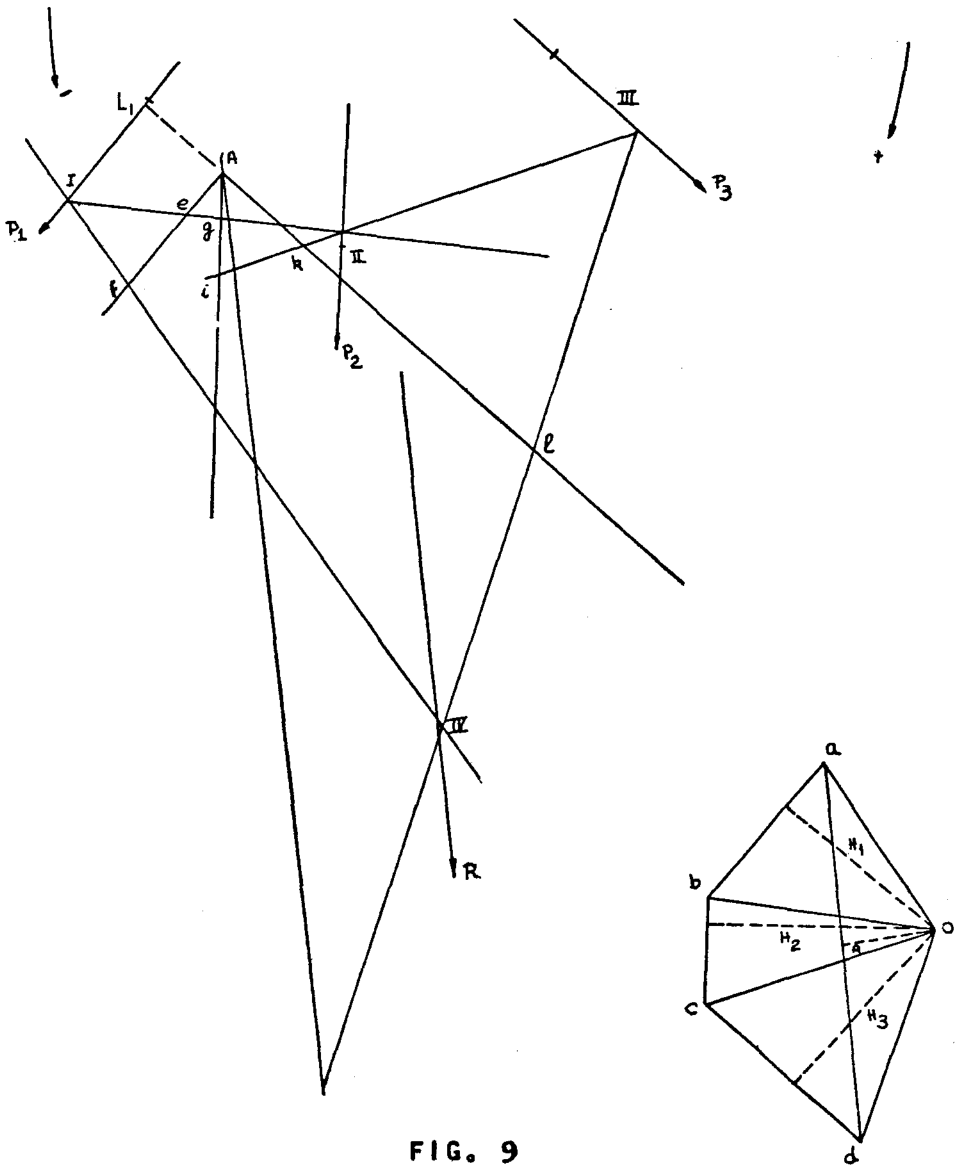



FIG. 9

### 3.3.2 — Determinação dos Momentos Estáticos de Forças Paralelas com o Auxílio do Polígono Funicular

Sejam as forças $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ paralelas. Para encontrar o momento destas forças com referência ao ponto $A$ traçam-se, por este, paralelas às forças, estas paralelas coincidem na mesma reta $A_l$.

Também as distâncias desde o pólo $0$ aos lados do polígono de forças $ab$, $bc$, etc., se confundem na mesma reta $H$, pois que os lados estão em linha reta.

Sejam $M_1$, $M_2$, $M_3$, $M_4$ e $M$ os momentos das forças $P_1$, $P_2$, $P_3$, $P_4$ e $R$, com referência ao ponto $A$.

Para se determinar $M_1$ traça-se a reta $A_l$ que corta os lados do polígono funicular I, V e I, II e o segmento $\overline{fg}$ medido com a escala de forças e multiplicado pela distância polar $H$, medida com a escala de comprimento.

Teremos então:

$$M_1 = -\overline{fg} \,.\, H$$

e, logicamente:

$$M_2 = \overline{gl} \cdot H$$

$$M_3 = -\overline{lk} \cdot ll$$

$$M_4 = \overline{kl} \cdot H \qquad (21)$$

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = (-fg + gl - ik + kl)\, H$$

Mas:

$$Kl - ik = il$$

$$il + gl - jg = fl$$

Portanto (22):

$$M_1 + M_2 M_3 + M_4 = fl \cdot H = M \qquad (22)$$

ou:

*"A soma algébrica dos momentos estáticos de forças paralelas quaisquer, com referência a um ponto do plano, é igual ao momento estático da resultante destas forças".*

No nosso processo que consiste em proceder analogamente ao polígono funicular, definimos a carretagem total, incluindo matérias-primas e material acabado, ao produto de $n$ pela distância polar, ambos com os valores escalados de força e comprimento, em que $\eta$ é o somatório dos segmentos determinados no polígono funicular, considerando seus valores absolutos, determinados pela projeção, à direita e à esquerda, em relação ao ponto considerado.

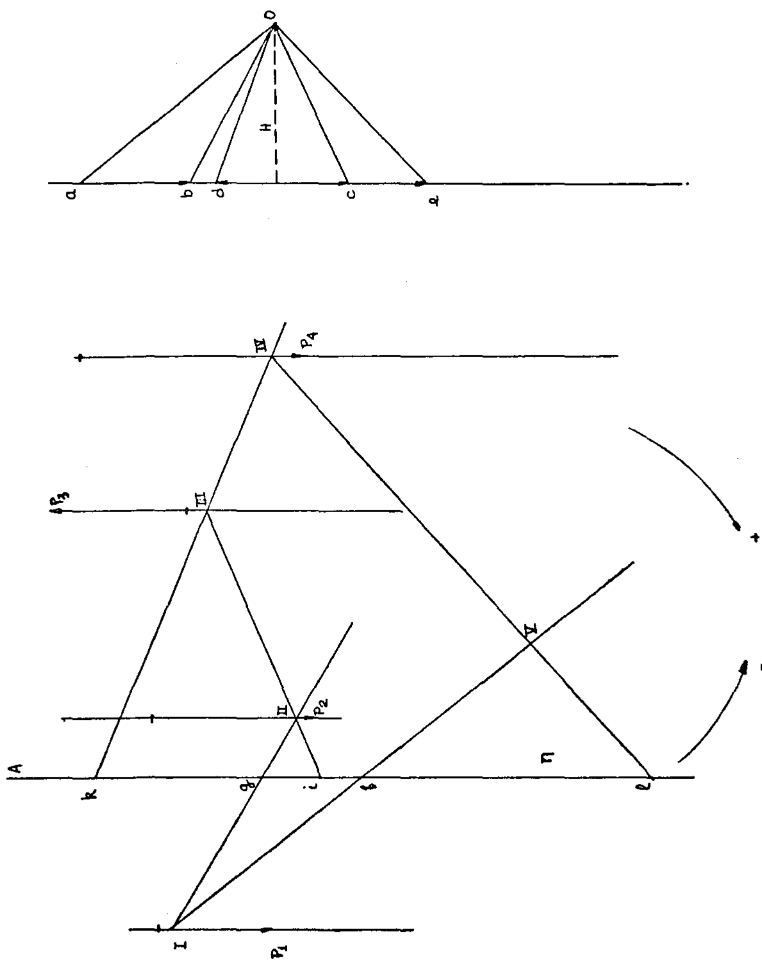


FIG. 10

*Exemplo de Aplicação*

Determinação da carretagem total no problema 1, sendo dados:

a) Os fretes — preços por tonelada por distância percorrida escala vertical — 1 cm = 0,10 Cr$/km x = 0,10.

| *Dados* | *Valores Escalados* |
|---|---|
| $M_1$ = 0,25 Cr$/km | $M_1$ = 2,5 cm |
| $M_2$ = 0,24 Cr$/km | $M_2$ = 2,4 cm |
| $M_3$ = 0,26 Cr$/km | $M_3$ = 2,6 cm |
| $M_4$ = 0,28 Cr$/km | $M_4$ = 2,8 cm |

b) As distâncias — escala horizontal — 1 cm = 40 km y = 40.

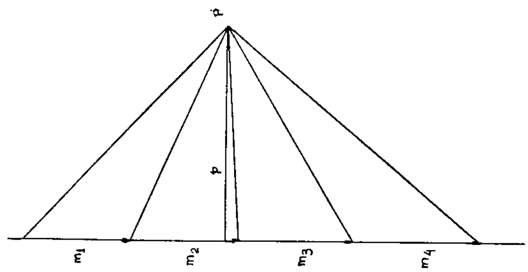
| *Dados* | *Valores Escalados* |
|---|---|
| *AD* = 450 km | *AD* = 11,25 cm |
| *AC* = 270 km | *AC* = 6,75 cm |
| *AB* = 72 km | *AB* = 1,8 cm |

c) Distância polar — p = 5 cm $\qquad\qquad$ p = 5

OBS.: Para leitura dos segmentos do polígono funicular:

$$p \cdot x \cdot y = 5 \times 0{,}10 \times 40 = 20 \qquad (23)$$

### 3.3.3 — Traçado do Polígono Funicular — Problema 1



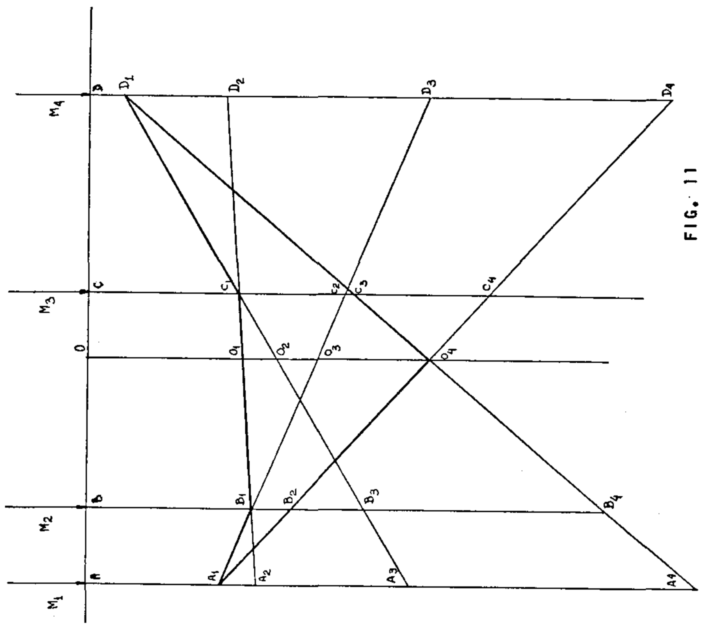


FIG. 11

*Cálculo da Carretagem*

Podemos determinar o cálculo da carretagem total, no caso de localização nos pontos *0, A, B, C, D* por simples leitura no gráfico.

— Para a localização em 0 —

Segmento determinado no polígono funicular: $\eta_o = O_1\, O_4 = 4{,}3$ cm.

Para a localização em *0*, adotaremos como carretagem total:

$$C = 2 \cdot n_o \cdot p \cdot x \cdot y$$

$\eta$ tomada duas vezes pois representa as projeções no funicular das forças à direita e à esquerda. Conforme acentuado na página 49, trata-se de "processo análogo, com restrições".

$$C_{to} = 2 \cdot p \cdot x \cdot y \cdot \eta_o = 2 \times 20 \times 4{,}3 = 172\ Cr\$ \quad C_{to} = 172\ Cr\$$$

*Verificação*

$$C_{to} = M_1 \times AO + M_2 \times BO + M_3 \times OC + M_4 \times OD \tag{24}$$

As distâncias determinadas pela localização em *0*.

| *Valores Escalados* | *Resultados* |
|---|---|
| *AQ* = 5,2 cm | *AQ* = 208 km |
| *BO* = 3,5 cm | *BO* = 140 km |
| *OC* = 1,55 cm | *OC* = 62 km |
| *OD* = 6,05 cm | *OD* = 242 km |

$$C_{to} = M_1 \times AO + M_2 \times BO + M_3 \times OC + M_4 + OD \tag{25}$$

$$C_{to} = 0{,}25 \times 208 + 0{,}24 \times 140 + 0{,}26 \times 62 + 0{,}28 \times 242$$

$$C_{to} = 52 + 33{,}60 + 16{,}12 + 67{,}76 = 169{,}48 \quad C_{to} = 169{,}48\ Cr\$$$

— Para localização no ponto A —

$$\eta_a = A_1 A_4 = 10{,}9\ cm$$

$$C_{ta} = pxy\ \eta_a = 20 \times 10{,}9 = 218{,}00 \quad C_{ta} = 218{,}00\ Cr\$$$

*Verificação*

$$C_{ta} = M_2 \times AB + M_3 \times AC + M_4 \times AD \tag{26}$$

$$C_{ta} = 0{,}24 \times 72 + 0{,}26 \times 270 + 0{,}28 \times 450$$

$$Ct_a = 17{,}28 + 70{,}20 + 126 = 213{,}48 \quad Ct_a = 213{,}48\ Cr\$$$

— Para localização no ponto B —

$$\eta_b = B_1 B_2 + B_1 B_4 = 0{,}8 + 8{,}1 = 8{,}9\ cm$$

$$Ct_b = pxy\ \eta_b = 20 \times 8{,}9 = 178\ Cr\$ \quad Ct_b = 178\ Cr\$$$

*Verificação*

$$Ct_b = M_1 \times AB + M_3 \times BC + M_4 \times BD$$

$$Ct_b = 0,25 \times 72 + 0,26 \times 198 + 0,28 \times 378$$

$$Ct_b = 18 + 51,48 + 105,84 = 175,32 \quad Ct_b = 175,32 \; Cr\$$$

— **Para localização no ponto C** —

$$\eta_c = C_1\,C_3 + C_1\,C_4 = 2,8 + 5,8 = 8,6$$

$$Ct_c = pxy\;\eta_c$$

$$Ct_c = 20 \times 8,6 = 172 \quad Ct_c - 172 \; Cr\$$$

*Verificação*

$$Ct_c = M_1 \times AC + M_2 \times BC + M_4 \times CD \tag{28}$$

$$Ct_c = 0,25 \times 270 + 0,24 \times 198 + 0,28 \times 180$$

$$Ct_c = 67,5 + 47,52 + 50,40 = 165,42 \quad Ct_c = 165,42 \; Cr\$$$

— **Para localização no ponto D** —

$$\eta_d = D_1\,D_4 = 12,5$$

$$Ct_d = pxy\;\eta_d = 20 \times 12,5 = 250 \quad Ct_d = 250 \; Cr\$$$

*Verificação*

$$Ct_d = M_1 \times AD + M_2 \times BD + M_3 \times CD$$

$$Ct_d = 0,25 \times 450 + 0,24 \times 378 + 0,26 \times 180$$

$$Ct_d = 112,50 + 90,72 + 46,80 = 250,02 \quad Ct_d = 250,02 \; Cr\$$$

**Calculamos as diversas carretagens totais, supondo as diversas localizações em *0, A, B, C, D*.**

**Completando o problema 1, estabeleçamos novos custos representativos das portagens ou carregamentos — custos fixos — independentes da distância e iguais a primeira parcela componente da fórmula do custo total do frete (5).**

$$(5) \quad F = a_1\,P_1 + P_1\,(b_i\,d_i)$$

$$(29) \quad L_1 = a_1\,P_1$$

$L_1$ = **portagens ou carregamentos.**

Sejam os novos dados:

— Portagens ou carregamentos em: Cr$ por ton:

$$A \quad L_1 = a_1 P_1 = 25 \text{ Cr\$}$$

$$B \quad L_2 = a_2 P_2 = 20 \text{ Cr\$}$$

$$C \quad L_3 = a_3 P_3 = 20 \text{ Cr\$}$$

$$D \quad L_4 = a_4 P_4 = \underline{30 \text{ Cr\$}}$$

$$SOMA \ldots\ldots \quad 95 \text{ Cr\$}$$

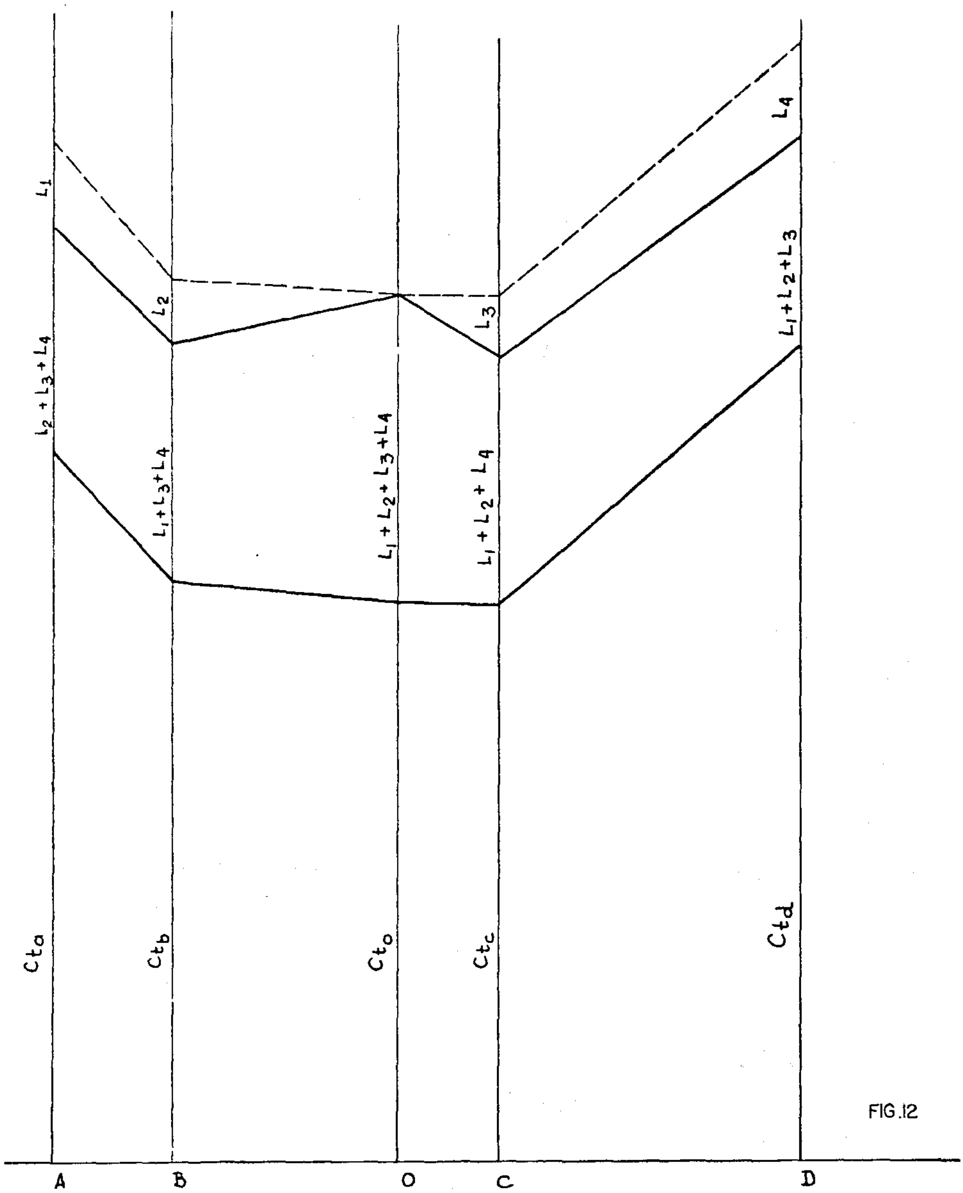



FIG.12

Gráfico demonstrativo dos custos totais de transportes supondo-se a localização nos pontos *0, A, B, C, D.*

*Cálculo do Custo Total de Transporte com Carregamento*

$$Ct = a_i P_i + b_i d_i P_i$$

$$Ct_o = 25 + 20 + 20 + 30 + 172 = 267$$

$$Ct_a = 20 + 20 + 30 + 218 = 288$$

$$Ct_b = 25 + 20 + 30 + 178 = 253$$

$$Ct_c = 25 + 20 + 30 + 172 = 247$$

$$Ct_d = 25 + 20 + 20 + 250 = 315$$

*Problema II*

Suponhamos outra posição geográfica das fontes de matérias-primas e centros de mercado de consumo. Determinemos graficamente o baricentro desse conjunto de pontos pesados.

O processo consiste numa procura da adequação da solução dada ao problema anterior, determinando duas resultantes, das quais uma é proveniente dos vetores, supondo-se agindo horizontalmente e a segunda supondo-se a posição vertical dos vetores.

O ponto de encontro das resultantes é o baricentro do conjunto e corresponderá ao ponto de localização ótima — custo de transporte mínimo.

Para efeito de cálculos, supomos os mesmos valores propostos no Problema I.

Assim;

$M_1$ = 0,25 Cr$/km

$M_2$ = 0,24 Cr$/km

$M_3$ = 0,26 Cr$/km

$M_4$ = 0,28 Cr$/km

Escala utilizada — 1 cm: 0,10 Cr$/km.

Temos em *0* o ponto ideal para localização de indústrias, pois teríamos aí percursos mínimos — determinação da macrolocalização.

Evidentemente, na realidade este ponto ideal nos fornecerá a região para localização ótima, pois não temos livre opção, mas sim que obedecer a certos percursos obrigatórios, determinados pelo sistema viário.

*Problema III*

Estabeleçamos um percurso obrigatório entre os pontos pesados *A, B, C, D* — determinação da microlocalização.

III.a — Suponhamos o percurso passando por *0*. Calcular a carretagem total.

*0* — ponto de intercomunicação — baricentro dos pontos pesados.

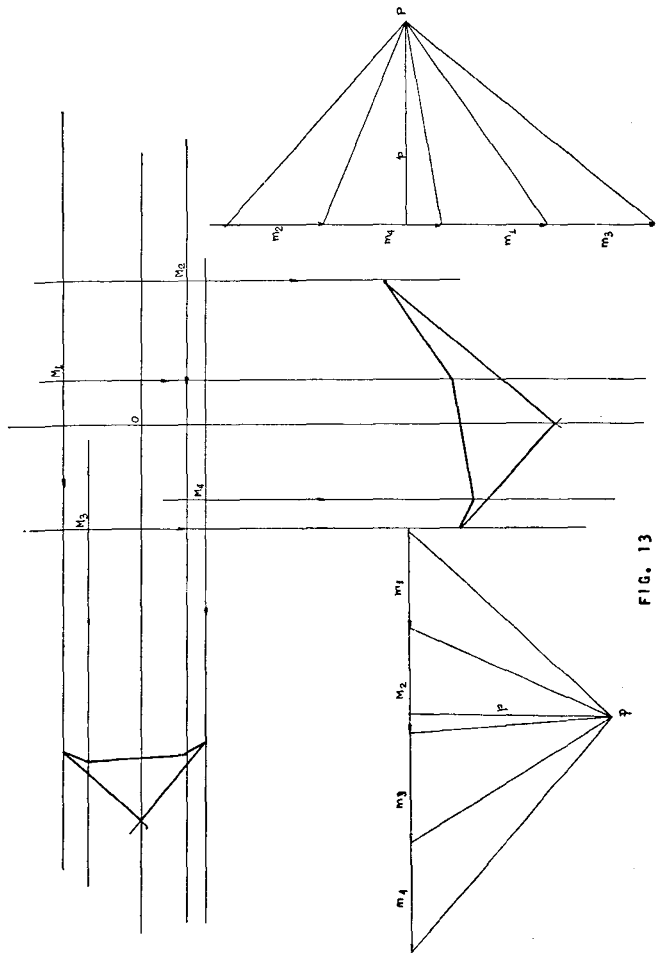


FIG. 13

*Cálculo da Carretagem — Problema III.a*

— Para localização em 0 —

$$\eta_o = 2{,}9$$

$$C = 2\,\eta_o\,p \cdot x \cdot y$$

$$C = 2 \times 2{,}9 \times 20 = 116{,}00 \text{ Cr\$}$$

*Verificação*

Em 0:

$$C_{to} = (0{,}25 \times 2{,}1 + 0{,}24 \times 2{,}9 + 0{,}26 \times 3{,}75 + 0{,}28 \times 2{,}5) \times 40$$

$$C_{to} = (0{,}525 + 0{,}696 + 0{,}975 + 0{,}7) \times 40 = 2{,}896 \times 40 = 115{,}84$$

$C_{to} = 115{,}84$ é o custo mínimo de carretagem.

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados:

E $M_1$:

$$Ct_{m_1} = (0{,}24 \times 5 + 0{,}26 \times 5{,}85 + 0{,}28 \times 4{,}6) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (1{,}20 + 1{,}521 + 1{,}288) \times 40 = 4{,}009 \times 40 = 160{,}36$$

Em $M_2$:

$$Ct_{m_2} = (0{,}25 \times 5 + 0{,}26 \times 6{,}65 + 0{,}28 \times 5{,}4)$$

$$Ct_{m_2} = (1{,}25 + 1{,}729 + 1{,}512) \times 40 = 4{,}491 \times 40 = 179{,}64$$

III.a - CASO DE PERCURSO OBRIGATÓRIO PASSANDO POR O

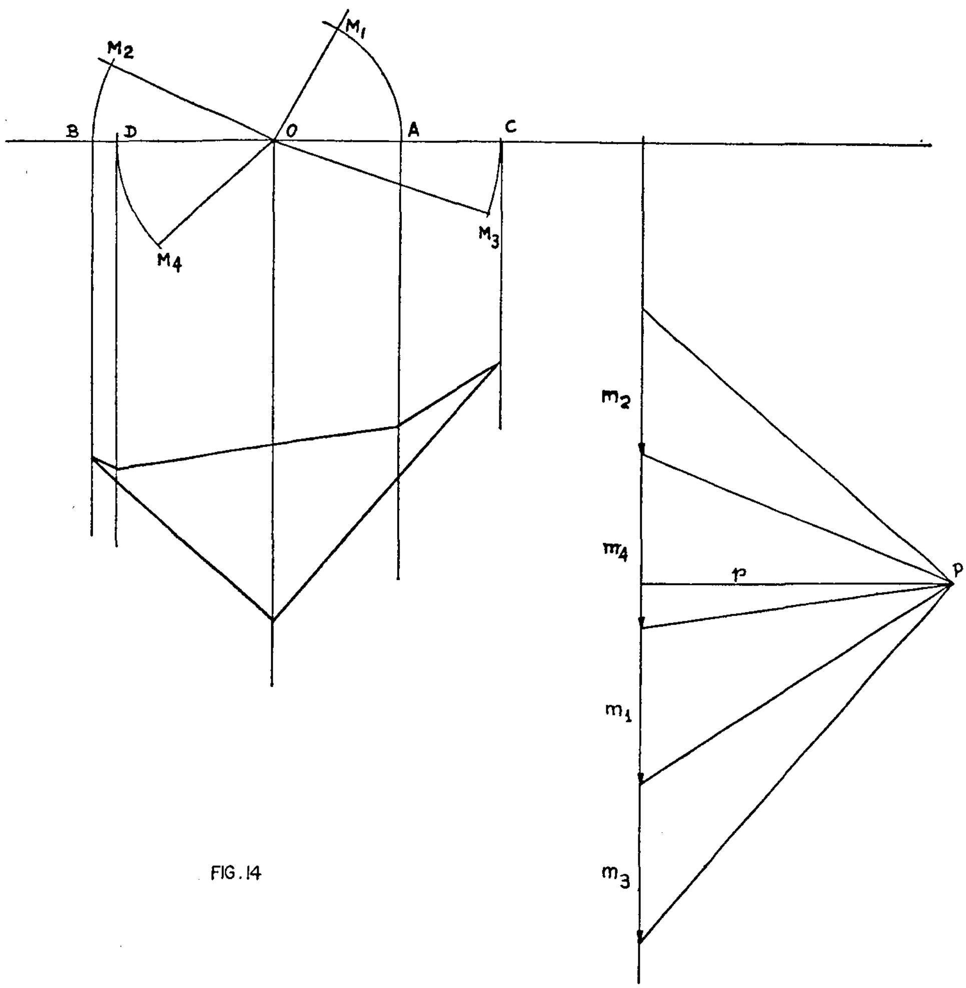



FIG. 14

Em $M_3$:

$$Ct_{m_3} = (0{,}25 \times 5{,}85 + 0{,}24 \times 6{,}65 + 0{,}28 \times 6{,}25) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (1{,}4625 + 1{,}596 + 1{,}75) \times 40 = 4{,}8085 \times 40 = 192{,}34$$

Em $M_4$:

$$Ct_{m_4} = (0{,}25 \times 4{,}6 + 0{,}24 \times 5{,}4 + 0{,}26 \times 6{,}25) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1{,}15 + 1{,}296 + 1{,}625) \times 40 = 4{,}071 \times 40 = 162{,}84$$

*Conclusão*

A carretagem mínima se deu em *0*.

III.b — Caso de percurso obrigatório passando por *0* e por um tronco *xy*.

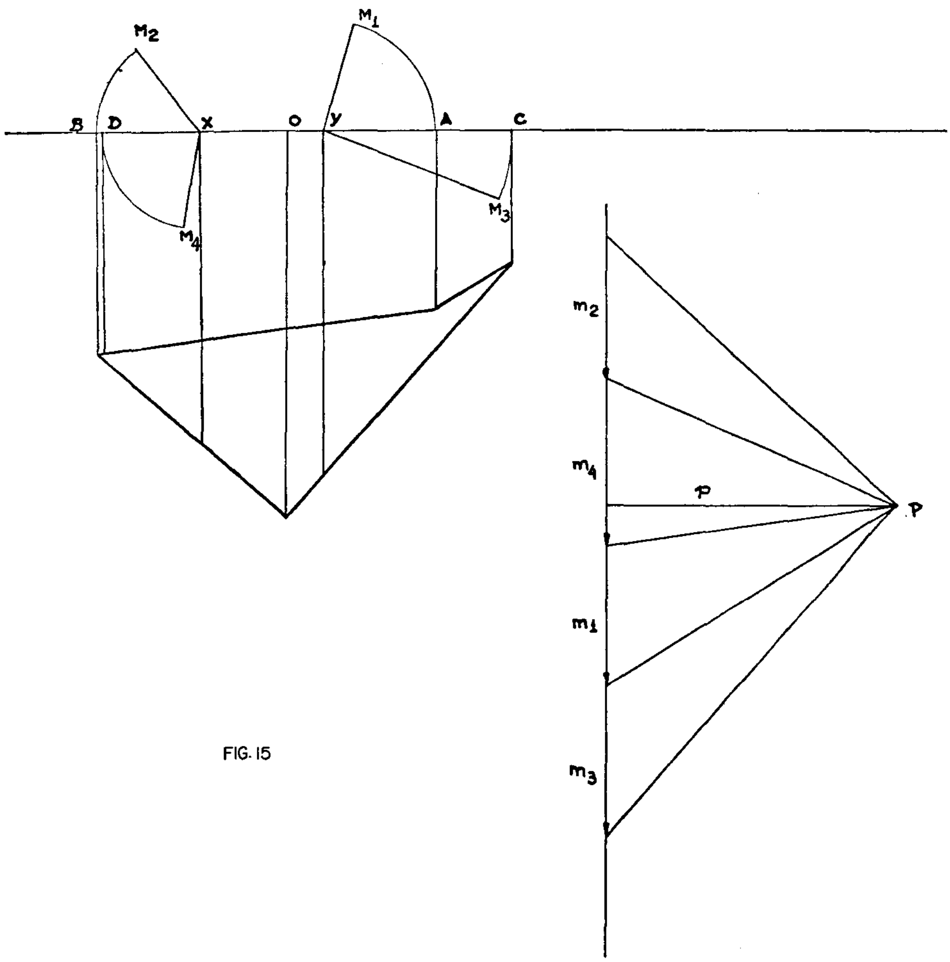



FIG. 15

*0* — baricentro dos pontos pesados.
*x, y* — pontos de entroncamento quaisquer.

*Cálculo da Carretagem — Problema III.b*

— Para localização em 0 —

$$\eta_o = 3{,}2$$

$$Ct_o = 2\,\eta_o\, p \cdot x \cdot y$$

$$Ct_o = 2 \times 3{,}2 \times 20 = 128{,}00\ Cr\$$$

*Verificação*:

Em *0*:

$$Ct_o = (25 \times 2{,}5 + 0{,}24 \times 3{,}15 + 0{,}26 \times 3{,}8 + 0{,}28 \times 3{,}05) \times 40$$

$$Ct_o = (0{,}625 + 0{,}756 + 0{,}988 + 0{,}854) \times 40 = 3{,}223 \times 40 = 128{,}92$$

— Para localização em $x$ — Ponto de entroncamento.

$$\eta_x = 1{,}7 + 4{,}7 = 6{,}4$$

$$Ct_x = \eta_x\, p \cdot x \cdot y = 20 \times 6{,}4 = 128{,}00$$

*Verificação*:

$$Ct_x = (0{,}25 \times 3{,}9 + 0{,}24 \times 1{,}75 + 0{,}26 \times 5{,}2 + 0{,}28 \times 1{,}65) \times 40$$

$$Ct_x = (0{,}975 + 0{,}42 + 1{,}352 + 0{,}462) \times 40 = 3{,}209 \times 40 = 128{,}36$$

— Para localização em $y$ — ponto de entroncamento.

$$\eta_y = 2{,}6 + 3{,}9 = 6{,}5$$

$$Ct_y = \eta_y \cdot p \cdot x \cdot y = 20 \times 6{,}5 = 130$$

*Verificação*:

$$Ct_y = (0{,}25 \times 1{,}9 + 0{,}24 \times 3{,}75 + 0{,}26 \times 3{,}2 + 0{,}28 \times 3{,}65) \times 40$$

$$Ct_y = (0{,}475 + 0{,}9 + 0{,}832 + 1{,}022) \times 40 = 3{,}229 \times 40 = 129{,}16$$

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados.

Em $M_1$:

$$Ct_{m_1} = (0{,}24 \times 5{,}65 + 0{,}26 \times 5{,}1 + 0{,}28 \times 5{,}55) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (1{,}356 + 1{,}326 + 1{,}554) \times 40 = 4{,}236 \times 40 = 169{,}45$$

Em $M_2$:

$$Ct_{m_2} = (0{,}25 \times 5{,}65 + 0{,}26 \times 6{,}95 + 0{,}28 \times 3{,}4) \times 40$$

$$Ct_{m_2} = (1{,}4125 + 1{,}807 + 0{,}952) \times 40 = 4{,}1715 \times 40 = 166{,}86$$

Em $M_3$:

$$Ct_{m_3} = (0{,}25 \times 3{,}2 + 0{,}24 \times 6{,}95 + 0{,}28 \times 6{,}85) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (0{,}8 + 1{,}668 + 1{,}918) \times 40 = 4{,}386 \times 40 = 175{,}44$$

Em $M_4$:

$$Ct_{m_4} = (0{,}25 \times 5{,}55 + 0{,}24 \times 3{,}4 + 0{,}26 \times 6{,}85) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1{,}3875 + 0{,}816 + 1{,}781) \times 40 = 3{,}9845 \times 40 = 159{,}38$$

*Conclusão*

Os custos mínimos se deram nas redondezas de *0* e nos pontos de entroncamento.

*Cálculo da Carretagem — Problema III.c.*

— Para localização em $t$ — Ponto de entroncamento.

$$\eta_t = 2{,}1 + 4{,}3 = 6{,}4$$

$$Ct_t = \eta_t \, p \cdot x \cdot y = 20 \times 6{,}4 = 128{,}00$$

*Verificação*:

$$Ct_t = (0{,}25 \times 4{,}15 + 0{,}24 \times 3 + 0{,}26 \times 4{,}5 + 0{,}24 \times 1{,}2 \times 40$$

$$Ct_t = (1{,}0375 + 0{,}72 + 1{,}17 + 0{,}288) \times 40 = 3{,}2155 \times 40 = 128{,}62$$

— Para localização em $z$ — Ponto de entroncamento.

$$\eta_z = 3{,}1 + 3{,}35 = 6{,}45$$

$$Ct_z = \eta_z \, p \cdot x \cdot y = 20 \times 6{,}45 = 129{,}00$$

*Verificação*:

$$Ct_z = (0{,}25 \times 3{,}15 + 0{,}24 \times 4 + 0{,}26 \times 3{,}5 + 0{,}28 \times 2{,}2) \times 40$$

$$Ct_z = (0{,}7875 + 0{,}96 + 0{,}91 + 0{,}616) \times 40 = 3{,}2735 \times 40 = 130{,}940$$

### III.c - CASO DE PERCURSO OBRIGATÓRIO, LIGEIRAMENTE AFASTADO DE O E PASSANDO POR UM TRONCO $t$, Z.

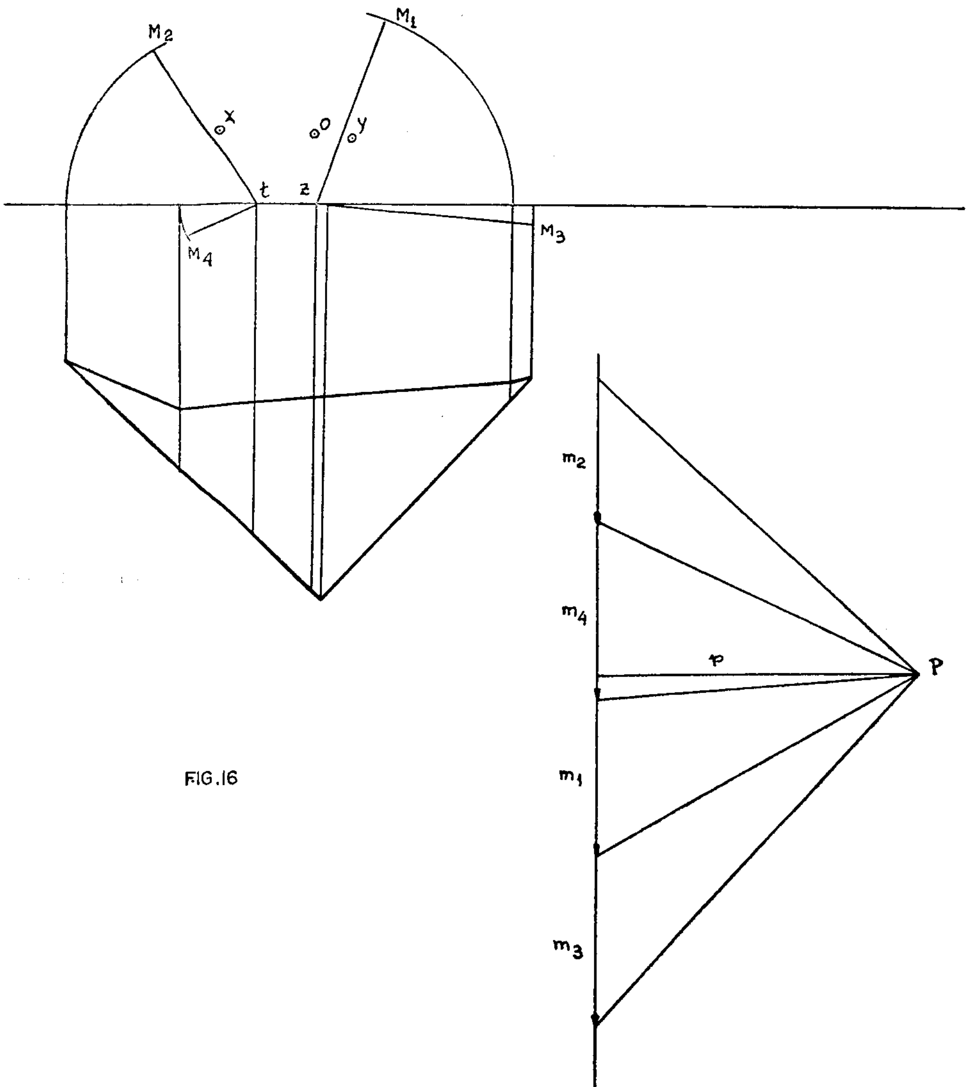



FIG.16

$0$ — baricentro dos pontos pesados
$t, Z$ — pontos de entroncamento quaisquer

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados:

Em $M_1$:

$$Ct_{m_1} = (0{,}24 \times 7{,}15 + 0{,}26 \times 6{,}55 + 0{,}28 \times 5{,}35) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (1{,}716 + 1{,}703 + 1{,}498) \times 40 = 4{,}917 \times 40 = 196{,}68$$

Em $M_2$:

$$Ct_{m_2} = (0{,}25 \times 7{,}15 + 0{,}26 \times 7{,}5 + 0{,}28 \times 4{,}2) \times 40$$

$$Ct_{m_2} = (1{,}7875 + 1{,}95 + 1{,}176) \times 40 = 4{,}9135 \times 40 = 196{,}54$$

Em $M_3$:

$$Ct_{m_3} = (0{,}25 \times 6{,}55 + 0{,}24 \times 7{,}5 + 0{,}28 \times 5{,}7) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (1{,}6375 + 1{,}80 + 1{,}596) \times 40 = 5{,}0335 \times 40 = 201{,}35$$

Em $M_4$:

$$Ct_{m_4} = (0{,}25 \times 5{,}35 + 0{,}24 \times 4{,}2 + 0{,}26 \times 5{,}7) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1{,}3375 + 1{,}008 + 1{,}482) \times 40 = 3{,}8275 \times 40 = 153{,}10$$

*Conclusão*

Os custos das carretagens são sensivelmente menores nos pontos de entroncamento.

*Cálculo da Carretagem — Problema III.d*

— Para localização em $0_2$ —

$$n_{0_2} = 3{,}15$$

$$Ct_{0_2} = 2 \cdot n_{0_2} \cdot p \cdot x \cdot y = 2 \times 20 \times 3{,}15 = 126{,}00$$

*Verificação*

$$Ct_{0_2} = (0{,}25 \times 1{,}7 + 0{,}24 \times 2{,}3 + 0{,}26 \times 4{,}5 + 0{,}28 \times 3{,}6) \times 40$$

$$Ct_{0_2} = (0{,}425 + 0{,}552 + 1{,}17 + 1{,}008) \times 40 = 3{,}155 \times 40 = 126{,}20$$

— Para localização em *u* —

$$n_u = 2{,}2 + 4{,}1 = 6{,}3$$

$$Ct_u = n_u \cdot p \cdot x \cdot y = 20 \times 6{,}3 = 126{,}00$$

*Verificação*

$$Ct_u = (0{,}25 \times 2{,}6 + 0{,}24 \times 1{,}4 + 0{,}26 \times 5{,}4 + 0{,}28 \times 2{,}7) \times 40$$

$$Ct_u = (0{,}65 + 0{,}336 + 1{,}404 + 0{,}756) \times 40 = 3{,}146 \times 40 = 125{,}84$$

## III.d - CASO DE PERCURSO OBRIGATÓRIO, LIGEIRAMENTE AFASTADO DE 0 - OUTRA POSIÇÃO

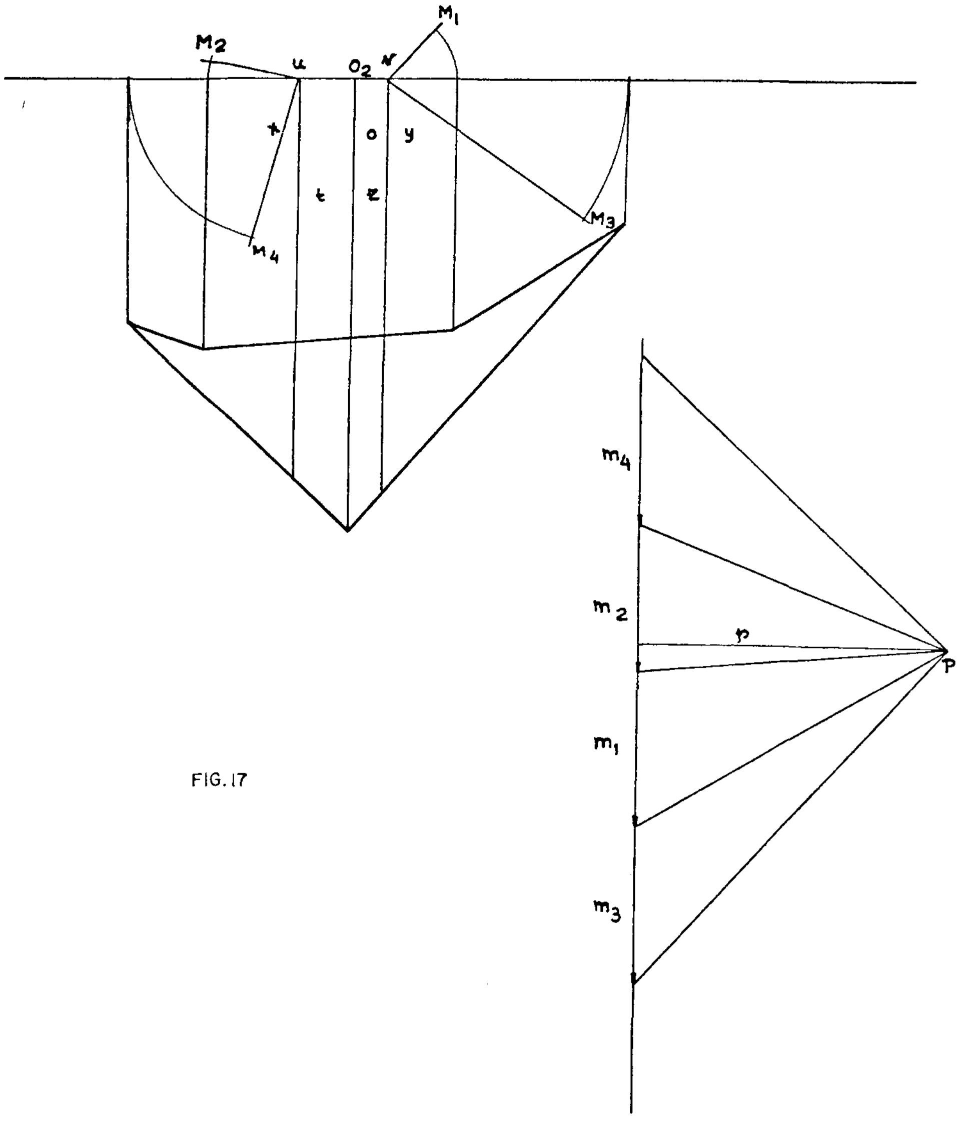



FIG. 17

*0* — baricentro dos centros pesados.

*u, v* — pontos de entroncamento quaisquer.

— Para localização em *v* —

$$n_v = 2{,}7 + 3{,}7 = 6{,}4$$

$$Ct_v = n_v \cdot p \cdot x \cdot y = 20 \times 6{,}4 = 128{,}00$$

*Verificação*:

$$Ct_v = (0,25 \times 1,2 + 0,24 \times 2,8 + 0,26 \times 4 + 0,28 \times 4,1) \times 40$$

$$Ct_v = (0,3 + 0,672 + 1,04 + 1,148) \times 40 = 3,16 \times 40 = 126,40$$

Suponhamos a localização em qualquer um dos pontos pesados dados:

Em $M_1$:

$$Ct_{m_1} = (0,24 \times 4 + 0,26 \times 5,2 + 0,28 \times 5,3) \times 40$$

$$Ct_{m_1} = (0,96 + 1,352 + 1,484) \times 40 = 3,796 \times 40 = 151,84$$

Em $M_2$:

$$Ct_{m_2} = (0,25 \times 4 + 0,26 \times 6,8 + 0,28 \times 4,1) \times 40$$

$$Ct_{m_2} = (1 + 1,768 + 1,148) \times 40 = 3,916 \times 40 = 156,64$$

Em $M_3$:

$$Ct_{m_3} = (0,25 \times 5,2 + 0,24 \times 6,8 + 0,28 \times 8,1) \times 40$$

$$Ct_{m_3} = (1,3+1,632+2,268) \times 40 = 5,2 \times 40 = 208,00$$

Em $M_4$:

$$Ct_{m_4} = (0,25 \times 5,3 + 0,24 \times 4,1 + 0,26 \times 8,1) \times 40$$

$$Ct_{m_4} = (1,325 + 0,984 + 2,106) \times 40 = 4,415 \times 40 = 176,60$$

*Conclusão*

Os custos de carretagem são sensivelmente menores nos pontos de entroncamento.

#### 3.3.4 — Análise das Soluções

Comparando os valores determinados a partir das hipóteses consideradas, concluímos ser $C$ o local mais favorável — de custo de transporte mínimo.

A inclusão dos custos de carregamento das matérias-primas ou dos produtos acabados pode vir a alterar as posições de mínimos custos. Esta influência é sentida com mais intensidade:

— Para as matérias-primas prevalentes ou no caso de baixo aproveitamento.

— Para os produtos acabados, quando existe a exigência de embalagem especial; e utilizando matérias-primas ubíquas.

Podemos concluir também que a localização mais favorável se dá numa das fontes de matéria-prima ou no baricentro de mercado de consumo.

Tratando-se de conclusões iniciais podemos complementá-las com análise da atração exercida pelas matérias-primas ou centros de mercado consumidor, aplicando o índice de material de Weber (item 3.1), e conclusões contidas no item 5.3.

Concluímos que se os pontos pesados correspondentes a fontes de matéria-prima e centros de mercado de consumo estão vinculados a percursos obrigatórios, tendo em vista o sistema viário, podemos aplicar o processo do polígono funicular para determinação da carretagem mínima. No problema III.a — consideramos um ponto de intercomunicação *0* — baricentro dos pontos pesados — e verificamos que a corretagem mínima se dá neste ponto. O polígono funicular foi traçado com os diversos percursos rebatidos na horizontal que contém *0*.

No problema III.b — consideramos um tronco de percurso obrigatório, passando por *0*. Determinamos a carretagem nos pontos e nos pontos de entroncamento, que são os valores mínimos. O polígono foi traçado com os diversos percursos rebatidos na horizontal traçada no prolongamento do entroncamento.

Nos problemas III.c e III.d — fizemos novas variações com as respectivas determinações das carretagens e verificamos que estas são sensivelmente menores nos entroncamentos.

Estudamos, assim, diversas posições para o problema, sempre relacionando com a determinação do baricentro dos pontos pesados, e concluímos que os custos mínimos de transporte se dão nas redondezas do ponto *0*.

Atingimos, em parte, nosso objetivo, mas sentimos que quando existe variação de percurso, uma simples leitura no gráfico não nos possibilita todas as carretagens para diversas localizações, mas sim apenas as carretagens dos pontos de entroncamento. Para comparação das carretagens relativas aos outros pontos teríamos duas opções:

A primeira seria proceder ao cálculo de ponto por ponto, como fizemos.

A segunda opção seria traçar um polígono funicular considerando a horizontal de rebatimento, passando pelo ponto no qual desejamos estabelecer a carretagem, o que seria muito trabalhoso e não justificaria como método simples para esta determinação.

Outras considerações:

— Nos cálculos gráficos dos problemas III não foram considerados os carregamentos ou portagens. Poderíamos determinar os custos totais, seguindo orientação do problema I.

— O processo vem trazer uma posição da região ótima em que se deve dar o custo mínimo de transporte, a macrolocalização, e sentimos a necessidade de, depois de determinada esta região, incluir mais fatores influentes na localização de indústrias ao que nos dedicaremos nos capítulos 5 e 6 deste trabalho.

# 4 — Solução Mecânica — Teoria dos Grafos

## 4.1 — Hipóteses Admitidas

São dadas as intensidades com que cada matéria-prima participa na formação de um produto. Estas serão representadas por pesos equivalentes. Os centros consumidores deverão ser representados por fração da unidade correspondente ao peso do produto e às percentagens de compra do produto em cada centro.

*Modelo Varignon*

Admitindo o transporte em linha reta e custo proporcional ao produto da distância transportada pela massa a transportar, a solução mecânica seria dada por um modelo formado por um mapa não flexível, em que constariam orifícios nos pontos correspondentes às fontes de matérias-primas $F_i$ e os centros de mercado consumidor $M_i$.

Por esses pontos seriam passados fios pendentes por pesos correspondentes às intensidades atuantes em cada ponto.

O ponto de equilíbrio seria dado pela posição de repouso do nó que prende os mesmos fios.

Este ponto seria o ponto de custos mínimos que indica a localização ideal da indústria.

### 4.1.1 — Análise da Solução Mecânica

$f_i$ — comprimento do fio passando pelo orifício da localidade $i$.

$P_i$ — peso a transportar por unidade de produto.

$H$ — altura do mapa com relação a um plano horizontal de referência.

$h_i$ — altura de equilíbrio do peso $P_i$ com relação ao plano (mapa).

$c_i$ e $d_i$ — comprimentos dos segmentos do fio $i$, abaixo e acima do mapa.

A posição de equilíbrio do sistema é dada pela energia potencial mínima.

$$\sum_{i=1}^{n} P_i \, h_i = \text{mínimo} \tag{30}$$

Ora:

$$h_i = H - C_i = H - (f_i - d_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_i \, h_i = \sum_{i=1}^{n} P_i \, [H - (f_i - d_i)] \tag{31}$$

$$\sum_{i=1}^{n} P_i \, h_i = \sum_{i=1}^{n} P_i \, H - \sum_{i=1}^{n} P_i \, f_i + \sum_{i=1}^{n} P_i \, d_i \tag{32}$$

Porém:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i H - \sum_{i=1}^{n} P_i f_i = k = \text{constante} \tag{33}$$

Então, o mínimo de $\sum_{i=1}^{n} P_i h_i$ corresponderá ao mínimo $\sum_{i=1}^{n} P_i d_i$.

$P_i$ e $d_i$ são proporcionais aos pesos e distâncias transportadas.

Podemos tornar mais real este modelo simplificado atendendo ao fato de que o custo de transporte é variável para cada material e, sendo maior para o produto acabado, incluindo mais uma variável exógena ao problema: o fator $b_i$ que representa a tarifa por unidade de peso por comprimento, para o material ou produto localizado em $i$.

Então nosso problema se transformará na minimização de:

$$\sum_{i=1}^{n} b_1 P_i d_i \tag{34}$$

No nosso modelo, $P_i$ deverá ser substituído por pesos $b_i P_i$.

Analisemos o processo de determinação de pontos de localização orientada pelo transporte no caso de transporte em linha reta.

Consideremos agora casos mais reais em que o transporte se acha vinculado a uma rede, não obedecendo ao caso teórico de linha reta.

A determinação da localização orientada pelo transporte pode ser feita considerando apenas as propriedades topológicas das redes, sem considerar as distâncias entre os pontos pesados.

## 4.2 — Teoria dos Grafos

### 4.2.1 — Conceitos Básicos

— Mediana de distribuição — segundo Hoel — é a abscissa que corresponde à metade da área do histograma.

A mediana, numa distribuição de variáveis contínuas, corresponde ao ponto em que a freqüência acumulada relativa é igual a $\frac{1}{2}$.

Numa distribuição de variáveis discretas, a freqüência acumulada é descontínua, podendo não assumir o valor $\frac{1}{2}$ em nenhum dos pontos de seu campo de definição.

*Grafos*

Não existe uma terminologia unificada sobre a teoria dos grafos, assim adotaremos a seguida pela maioria dos autores.

Um grafo, geometricamente, pode ser descrito num espaço euclidiano de $n$ dimensões, como sendo um conjunto $V$ de pontos o conjunto $A$ de curvas contínuas que não se interceptam, satisfazendo as seguintes condições:

1 — Toda curva fechada de $A$ contém exatamente um ponto de $V$.

2 — Toda curva aberta de $A$ contém exatamente dois pontos de $V$.

3 — As curvas de $A$ não têm pontos em comum, a não ser os pontos $V$.

Ou grafo, simplesmente, é um conjunto de pontos e linhas representativos de um modelo matemático, graficamente.

Nos grafos de localização representamos os vértices como pontos pesados e as arestas como vias de transporte.

*Árvore*

Chamamos árvore o grafo representativo de um só caminho, ligando dois vértices quaisquer do grafo.

*Circuito*

É o grafo que permite a ligação de dois vértices por mais de um caminho.

*Grafo Conexo*

Quando o grafo possui pelo menos um caminho, formado por arestas do grafo, ligando dois vértices quaisquer do grafo.

Se operarmos a uma retirada de alguns elementos de um grafo obteremos um subgrafo.

*Subárvore*

Resultante do corte de uma árvore.

*Subárvore Mediana*

Uma subárvore é dita mediana quando satisfaz as seguintes condições:

— Ser subgrafo conexo.

— A soma dos pesos da subárvore for maior ou igual à metade da soma dos pesos da árvore.

— Possuir um vértice mediano.

— Não se desmembrar em nova subárvore em caso de novo corte.

*Grafos separáveis e não separáveis*

O grafo não é separável se todo subgrafo contido no grafo possuir pelo menos dois vértices em comum com seu complemento.

Caso contrário é separável.

*Vértice Corte*

É o ponto de articulação entre um subgrafo do grafo conexo e seu complemento.

A cada subgrafo do grafo corresponderé um único vértice corte, podendo o grafo conter um ou mais vértices cortes.

Os grafos separáveis conexos podem ser decompostos em subgrafos, dividindo-se em dois os vértices cortes. Estes subgrafos são denominados componentes do grafo separável.

*Conjunto Corte*

Contém pelo menos uma aresta de todas as árvores contidas no grafo, uma vez que qualquer caminho ligando vértices de dois conjuntos não conexos contém arestas do corte.

Se de um grafo conexo forem retiradas arestas e obtivermos um grafo não conexo formado por dois subgrafos conexos, e não existir nenhum subconjunto do conjunto de arestas que goze das mesmas propriedades, o conjunto de arestas se denomina conjunto corte.

*Corte Mediano*

É um conjunto corte que obedece às propriedades:

— Ser um subgrafo conexo.

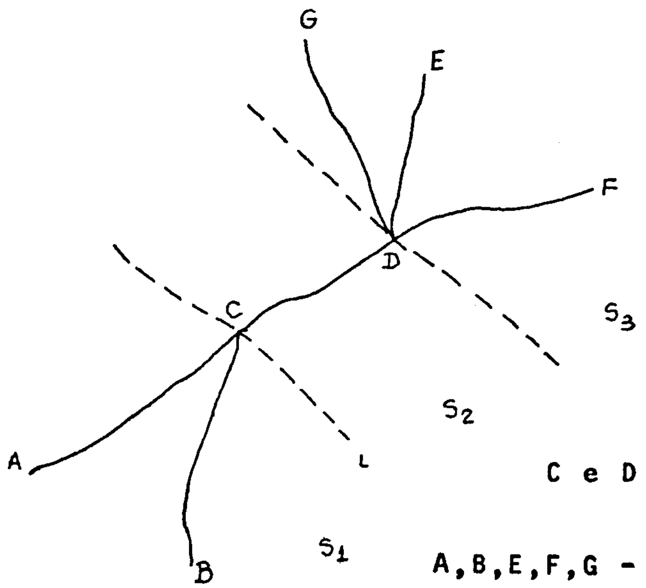
— A soma dos pesos aplicados no subgrafo for maior ou igual a metade da soma dos pesos correspondentes de todo grafo.

— O subgrafo não contiver subgrafos distintos dele próprio que gozem da propriedade anterior.

*Vértice Mediano*

É o vértice da subárvore comum ao do seu complemento com relação à árvore de localização.

Toda árvore de localização possui pelo menos uma árvore mediana e um vértice mediano.




C e D - Vértices medianos.

A, B, E, F, G - vértices não medianos.

$S_1$, $S_2$ - subgrafos

FIG. 18 CD - Grafo conexo,

#### 4.2.2 — Caso de Percurso por uma Linha

Neste caso os diversos mercados e fontes de matéria-prima se encontram numa mesma via de transporte.

Consideremos as variáveis:

$x_i$ — Coordenada da localidade $i$.

$L$ — Coordenada da localização da indústria.

$P_i$ — Peso a transportar por unidade de produto $L$ para $i$, ou de $i$ para $L$.

$b_i$ — A tarifa por unidade de peso $x$ comprimento de matéria-prima ou de produto a ser retirado ou entregue na localidade $i$.

Então nosso objetivo é a determinação de $L$ que minimize a expressão: $\Sigma\, P_i\, b_i |x_i - L|$.

A localização orientada pelo transporte corresponde à mediana de distribuição, formada por freqüências $P(x_i) = Pb_i$, concentradas nos pontos de abcissas $x_j$.

Seja $x_m$ a mediana de distribuição.

O custo de transporte será mínimo, se:

1 — O custo de transporte em diferentes localizações da indústria definidas por $x$: $C_t = C_t\,(x)$ for convexa.

2 — Nas vizinhanças de $x_m$ o custo de transporte for maior ou igual ao custo de transporte em $x_m$.

Para demonstração das duas condições citadas designemos duas localizações hipotéticas $L_1$ e $L_2$, distintas, sendo $L_1 < L_2$ e consideremos a média aritmética entre elas:

$$\frac{L_1 + L_2}{2}, \text{ outra localização.}$$

Temos os seguintes custos de transportes para uma localização $x_i$ fora do intervalo aberto $(L_1, L_2)$.

$$P(x_i)\,|\,L_1 - x_i\,| \quad para \;L_1$$

$$P(x_i)\,|\,L_2 - x_i\,| \quad para \;L_2 \tag{36}$$

$$P(x_i)\,\left|\,\frac{L_1 + L_2}{2} - x_i\,\right| \quad \text{para} \quad \frac{L_1 +_2 L}{2}$$

média aritmética dos custos anteriores.

e para $x_i$ dentro do intervalo aberto.

$$P(x_i)\,|\,x_i - L_1\,| \quad \text{para} \;L_1$$

$$P(x_i)\,|\,L_2 - x_i\,| \quad \text{para} \;L_2 \tag{37}$$

sendo a média destes dois custos igual a $P(x_i)\left|\frac{L_2 - L_1}{2}\right|$, sempre maior do que o custo do transporte do peso $P_i$ à localização intermediária $\frac{L_1 + L_2}{2}$, concluímos que:

O custo total de transporte na localização intermediária será:

— Inferior à média dos custos de transportes nas localizações $L_1$ e $L_2$, se houver cargas $P\ (x_i)$ entre $L_1$, e $L_2$; ou

— Igual à média dos custos de transportes nas localizações $L_1$ e $L_2$, se não houver cargas $P\ (x_i)$ entre $L_1$ e $L_2$.

Demonstra-se assim a convexidade de $C_t\ (x)$.

Para a segunda parte — ou seja, demonstraremos que o custo de transportes é mínimo se nas vizinhanças de $x_m$ o custo de transporte é maior ou igual ao custo de transporte em $x_m$ — consideremos a variação de custo de transporte quando nos afastamos de uma distância $e$ inferior à distância entre $x_m$ e os pontos consecutivos a $x_m$ de concentração de carga, pois se trata de vizinhança.

Dois casos podem-se apresentar:

— Seja $l$ tomado no sentido decrescente de $x$, aumentando o custo de transporte de $P(x_i)l$ de todos $P(x_i)$, para os quais $x_i \geqslant x_m$, e reduzindo $P(x_i)l$ de todos $P(x_i)$ para $x_i < x_m$.

A variação total do custo será:

$$l\left|\sum_{i \geq m} P(x_i) - \sum_{i < m} P(x_i)\right| \geqslant 0 \qquad (38)$$

Isto porque:

$$\sum_{i \geq m} P(x_i) \geqslant \sum_{i < m} P(x_i) \qquad (39)$$

$F(x) \leqslant \frac{1}{2}$ (freqüência acumulada relativa na vizinhança à esquerda).

Caso $l$ seja tomado no sentido crescente de $x$, aumentando o custo de transporte de $lP(x_i)$ de todos $P(x_i)$ para os quais $x_i \leqslant x_m$ e reduzindo o custo de transporte de $P(x_i)l$ de todos $P(x_i)l$ para os quais $x_i > x_m$, a variação total do custo será:

$$l\left|\sum_{i \leq m} P(x_i) - \sum_{i > m} P(x_i)\right| \geqslant 0 \qquad (40)$$

pois:

$$\sum_{i \leq m} P(x_i) \geqslant \sum_{i > m} P(x_i), \qquad (41)$$

$F(x) \geqslant \frac{1}{2}$ (vizinhanças à direita de $x_m$).

Concluímos que qualquer deslocamento de $x_m$, provocado à direita ou à esquerda de $x_m$, não poderá reduzir o custo de transporte; logo, a mediana é a posição de mínimo custo.

Permanecendo constante para qualquer um dos deslocamentos, concluímos que o ponto de custo mínimo se encontra no intervalo entre os valores consecutivos de $x_m$, no sentido em que o deslocamento não aumentar o custo.

*Problema de aplicação*

*Problema IV*

Consideremos duas fontes de matéria-prima $A$ e $B$ e dois centros de mercado de consumo $C$ e $D$, localizados nos quilômetros: 0, 72, 270 e 450 de um mesmo percurso.

0,3 ton de material extraído de $A$

0,8 ton de material extraído de $B$.

Com o material acima existe a transformação em produto acabado, que é assim distribuído:

10% para $C$; e

90% para $D$

As tarifas são dadas por ton/km:

$A$ — 0,25

$B$ — 0,24

$C$ — 0,26

$D$ — 0,28

Teremos os seguintes valores de freqüência: $P(x_i)$:

em $A$ $0,3 \times 0,25 = 0,075$

em $B$ $0,8 \times 0,24 = 0,192$

em $C$ $0,1 \times 0,26 = 0,026$

em $D$ $0,9 \times 0,28 = 0,252$

Para a localização $L$, situada entre 72 e 270:

$$\sum_{x_i < L} P(x_i) = 0,267 \quad \text{e} \quad \sum_{x_i > L} P(x_i) = 0,278 \tag{42}$$

$$F(x_i) = \frac{0,267}{0,545} < \frac{1}{2} \tag{43}$$

Para a localização $L$, situada entre 270 e 450:

$$\sum_{x_i < L} P(x_i) = 0,293 \quad \text{e} \quad \underset{x_i > L}{P(x_i)} = 0,252 \tag{44}$$

$$F(x) = \frac{0,293}{0,545} > \frac{1}{2} \tag{45}$$

O ponto $x_m = 270$ é mediana da distribuição, sendo indicativa da região ótima de localização orientada pelo transporte.

#### 4.2.3 — Caso de Percurso por uma Árvore

*Grafos de localização*

No caso de análise do problema de localização de indústrias podemos representar graficamente uma série de vias de transportes, interligando diversos centros de mercado de consumo e fontes de matéria-prima por meio de grafos — neste caso, grafos de localização.

A aplicação dos grafos na teoria da localização implica em que em cada vértice — pontos pesados — supomos haja atuando uma força correspondente à intensidade do mercado de consumo ou fonte de matérias-primas ou junção de vias de transporte e teremos:

$\pi_i = P_i\, b_i$, quando há fonte de matéria-prima ou fonte de mercado de consumo.

$\pi_i = 0$, quando há apenas cruzamento ou união de vias de transporte.

Suponhamos o corte numa árvore, desmembrando-a em subárvores.

Assim como no caso de transportes vinculados a uma linha determinamos o vértice mediano, no caso de transportes vinculados a uma árvore analisaremos a posição da orientação da localização pelos transportes, com relação a uma subárvore mediana.

Podemos dizer que a localização orientada pelo transporte será um vértice da árvore de transportes e definirá nesta árvore duas subárvores, uma delas mediana. A união da subárvore mediana com todos os circuitos que ligam vértices desta subárvore formará um subgrafo mediano.

A arestas incidentes em vértices de subgrafo mediano formarão um conjunto corte mediano por definição. Este conjunto conterá arestas de todas as árvores, inclusive da árvore de transportes. Estas arestas incidirão no vértice mediano desta árvore, isto é, ponto de localização ótima.

Os vértices medianos são pontos de localização ótima. Conseqüentemente, teremos, geralmente, como pontos ótimos: uma das fontes de matéria-prima, um dos centros de mercado consumidor ou um ponto de entroncamento.

O vértice mediano será um ponto de custo mínimo se:

— a função custo de transporte $C_t = C_t(x)$ for convexa;

— não houver redução no custo total de transporte quando ocorrer deslocamento da posição da indústria nas vizinhanças do vértice mediano.

*Demonstração*

Procuremos cair no exemplo anterior e teremos demonstrada a convexidade da função custo de transporte.

Definiremos um caminho qualquer da árvore e, admitindo-se que todos os $\pi_i$ estão aplicados em vértices da linha, caímos no caso anterior.

Para a segunda parte — isto é — caso da não redução ao custo total de transporte — consideremos um corte distando $L$ do vértice mediano, definindo dois subgrafos, sendo $L$ menor que a aresta. Pelo menos um dos subgrafos conterá um vértice mediano eliminando-o do outro subgrafo.

O afastamento $L$ reduzirá o custo de transporte de $L_i$ para os $\pi_i$ do subgrafo que não contém o vértice mediano e aumentará $L\ \pi'_i$ para os $\pi'_i$ no subgrafo, com o vértice mediano.

Temos por definição de subárvore mediana que:

$$\Sigma\pi_i \leq \Sigma\pi'_i \qquad (46)$$

ou seja; havendo corte numa árvore, teremos duas hipóteses:

$$\Sigma\pi_i < \frac{1}{2}\ (\Sigma\pi_i + \Sigma\pi'_i) \qquad \text{propriedade } (d) \qquad (47)$$

$$\Sigma\pi_i \geq \frac{1}{2}\ (\Sigma\pi_i + \Sigma\pi'_i) \qquad \text{propriedade } (b) \qquad (48)$$

conseqüentemente:

$$\Sigma\pi'_i \geq \Sigma\pi_i \qquad (49)$$

a variação de custo de transporte resultante do afastamento $L$ será:

$$L(\Sigma\pi'_i - \Sigma\pi_i) \geq 0 \qquad (50)$$

Então o vértice mediano é um ponto ótimo de localização no caso da variação de custo ser positiva.

No caso da variação nula concluímos que todo os pontos da aresta são pontos de localização ótima.

*Problema V*

Consideremos nova posição geográfica para os pontos pesados do problema IV.

Teremos os seguintes $\pi_i$ — pesos aplicados nos diferentes vértices da árvore de localização:

*A: 0,075*

*B: 0,192*

*C: 0,026*

*D: 0,252*

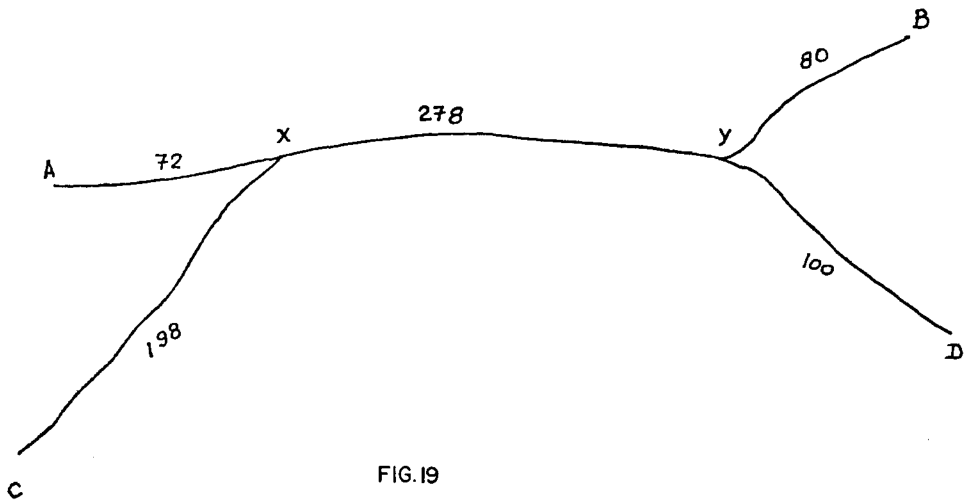


FIG. 19

Aplicando o raciocínio feito no modelo Varignon, determinamos para que direção será atraída a indústria.

Em $X$ existem as atrações:

*0,075* em direção a $A$

*0,026* em direção a $C$

e

$0{,}192 + 0{,}252 = 0{,}444$ em direção a $Y$

Sendo:

$0{,}444 > 0{,}075 + 0{,}026$

a indústria será atraída em direção a $Y$.

Em $Y$ temos as forças:

$0{,}075 + 0{,}026 = 0{,}101$ em direção a $X$

*0,192* em direção a $B$

*0,252* em direção a $D$

A indústria será atraída para $Y$, pois:

$$0{,}101 + 0{,}192 > 0{,}252$$

Como temos:

$$0{,}075 + 0{,}026 < 0{,}192 + 0{,}252$$

$$0{,}192 < 0{,}075 + 0{,}026 + 0{,}252$$

$$0{,}252 < 0{,}075 + 0{,}026 + 0{,}192$$

verificamos estar em $Y$ a atração, pois nenhuma das três forças vence a resistência em $Y$.

*Verificação:*

Calculemos os custos de transportes nos diversos pontos pesados. Teremos:

Em $Y$:

$$0{,}075\ (72+278) + 0{,}026\ (198 + 278) + 0{,}192 \times 80 + 0{,}252 \times 100 =$$

$$= 26{,}25 + 12{,}376 + 15{,}360 + 25{,}20 = 79{,}186$$

Em $X$:

$$0{,}075 \times 72 + 0{,}0{,}26 \times 198 + 0{,}192\ (80 + 278) + 0{,}252\ (100 + 278) =$$

$$= 5{,}4 + 5{,}148 + 68{,}736 + 95{,}256 = 174{,}54$$

Em $A$:

$$0{,}026\ (198 + 72) + 0{,}192\ (80 + 278 + 72) + 0.252\ (100 + 278 + 72 =$$

$$= 0{,}026 \times 270 + 0{,}192 \times 430 + 0{,}252 \times 450 = 7{,}02 + 82{,}56 + 113{,}40 = 202{,}98$$

Em $B$:

$$0{,}075\ (72 + 278 + 80) + 0{,}026\ (198 + 278 + 80) + 0{,}252\ (100 + 80) =$$

$$\times\ 0{,}075 \times 430 + 0{,}026 \times 556 + 0{,}252 \times 180 = 32{,}25 + 14{,}456 + 45{,}36 = 92{,}066$$

Em $C$:

$$0{,}075\ (72 + 198) + 0{,}192\ (80 + 278 + 198) + 0{,}252\ (100 + 278 + 198 =$$

$$= 20{,}25 + 106{,}752 + 145{,}152 = 272{,}154$$

Em $D$:

$$0{,}075\ (72 + 278 + 100)\ 0{,}26\ (198 + 278 + 100) + 0{,}192\ (80 + 100) =$$

$$= 33{,}75 + 14{,}976 + 34{,}56 = 83{,}286$$

*Conclusão*

A verificação indica que a localização conveniente é mesmo $Y$.

O desvio da localização de $Y$ para qualquer um dos pontos pesados acarretaria um acréscimo nos custos, que podem ser analisados segundo gráfico da figura 20.

*Cálculos dos acréscimos de custos*

Em $X$:

*174.54 — 79,186 = 95.354*

Em $A$:

*202.98 — 79,186 = 123,794*

Em $B$:

*92,066 — 79,186 = 12,88*

Em $C$:

*272,154 — 79,186 = 192,968*

Em $D$:

*82,286 — 79,186 = 4,1*

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE ACRÉSCIMOS DE CUSTOS

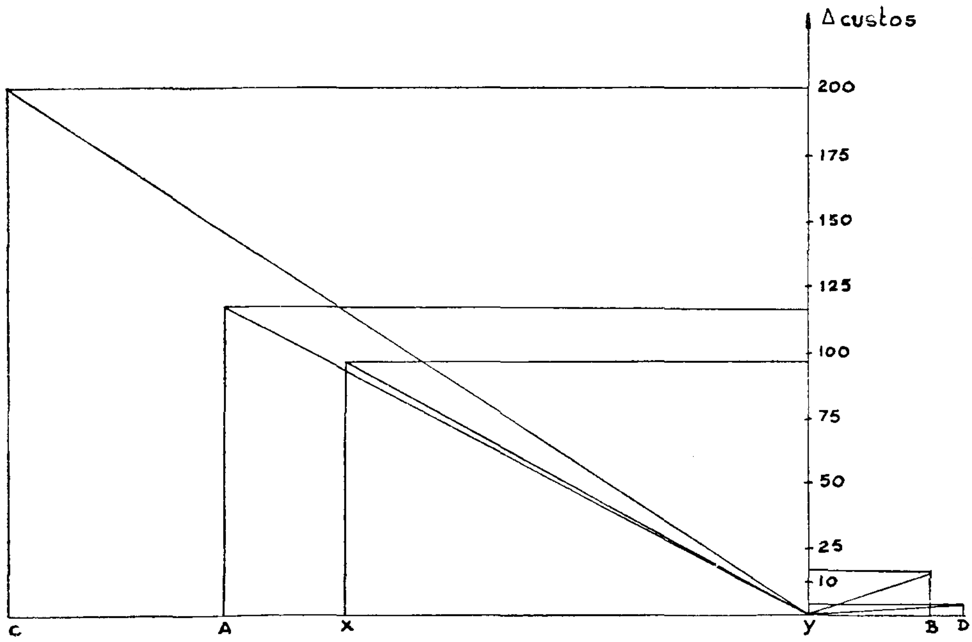



FIG. 20

*Considerações*

A árvore obtida eliminando-se o vértice *B* e a aresta que o liga a *Y* da árvore de localização é uma subárvore mediana.

*Propriedade 1*

É conexa — pois possui um caminho formado por arestas do grafo, ligando dois vértices quaisquer do grafo.

*Propriedade 2*

A soma dos pesos aplicados nesta subárvore: 0,353, supera a metade da soma dos pesos aplicados em toda a árvore de localização: 0,545.

*Propriedade 3*

Apresenta em comum com seu complemento apenas o vértice *Y*, que será o vértice mediano.

*Propriedade 4*

Retirando-se qualquer elemento desta subárvore, o subgrafo resultante perderá uma das 3 propriedades anteriores. Assim, se retirarmos o vértice *Y*, deixará de valer a segunda propriedade. Retirado o vértice *X* ou qualquer uma das arestas, a primeira propriedade deixará de ser satisfeita.

Se retirarmos a aresta em *D*, a terceira propriedade não será satisfeita.

*Y* é vértice mediano.

#### 4.2.4 — Generalização — Caso de Percurso por um Grafo

*Conceitos básicos*

— Circuito — Neste caso o processo exige um tratamento grosseiro, em que são comparados os custos de transporte em diferentes localizações, definindo a de custo mínimo, experimentalmente.

No entanto, no estudo do processo de grafos para a localização da indústria desenvolvido por Ruy Leme, temos algumas diretrizes que nos permitem alcançar nosso objetivo, dando-nos possibilidade de estabelecermos hipóteses iniciais ao problema, eliminando cálculos trabalhosos e inúteis.

O grafo a ser analisado poderá ser um circuito ou simplesmente uma árvore. Será um circuito se o grafo permitir a ligação de dois vértices por mais de um caminho.

Nos dois casos citados deverá ser utilizada apenas uma árvore para cada localização escolhida para indústria, ou seja, deverá ser escolhido o caminho que ofereça menor custo de transporte.

É claro que esta conclusão é válida considerando a hipótese adotada de proporcionalidade entre custo de transporte e o produto do peso a transportar pela distância transportada.

Para cada localização deverá ser fixada uma árvore chamada árvore de transporte.

Seguindo as diretrizes dos exemplos anteriores determinamos o vértice mediano.

Teremos orientada nossa localização para um dos vértices medianos. No caso da existência de um único vértice mediano a diversas árvores, mesmo não sendo um ponto de localização ótima para uma determinada indústria em determinada época, terá muitas condições de o ser para futuras alterações de tarifas. O vértice mediano de diversas árvores terá menor probabilidade de se tornar uma localização obsoleta.

*Diretrizes para pesquisa da árvore de transporte*

A fim de obtermos a árvore de transporte devemos considerar o grafo correspondente a uma situação e estudar a possibilidade de submetê-lo a cortes, obtendo novos grafos.

Da teoria de grafos podemos dizer que um grafo não é separável quando todos os seus subgrafos possuírem pelo menos dois vértices comuns com seu complemento. Em caso contrário o grafo é dito separável.

A decomposição do grafo separável em suas componentes é única.

*1.ª Diretriz*

A determinação da região em que se encontra o ponto ótimo de localização pode ser feita a partir da análise topológica do grafo.

*Determinação de todos os conjuntos cortes medianos que possui o grafo*

Ex.: Dado um grafo decomposto em dois subgrafos $S_1$ e $S_2$, tendo $C$ como vértice corte, sejam $\pi_1$ e $\pi_2$ respectivamente a soma dos pesos nestes subgrafos, incluindo-se em ambos o peso atuante em $C$.

A região será determinada a partir da relação entre $\pi_1$ e $\pi_2$.

Se $\pi_1 \geqslant \pi_2$ será $S_1$
Se $\pi_1 \leqslant \pi_2$ será $S_2$

$C$ está contido em $S_1$ e $S_2$, e assim é um dos pontos ótimos de localização.

Se $\pi_1 = \pi_2$ a localização ótima será $C$, isto é, tanto $S_1$ e $S_2$ indicam ser regiões ótimas e a intersecção delas indicará o ponto ótimo.

Se $\pi_1 > \pi_2$ a localização deverá estar em $S_1$.

*Provemos:*

Suponhamos $D$ um ponto contido em $S_2$ determinado pelo afastamento de $C$ de uma unidade de comprimento.

Se $D$ for escolhida, a árvore de transporte correspondente a $D$ poderá se decompor em duas subárvores no ponto $D$.

Sejam $S'_1$ e $S'_2$ as novas subárvores. $C$ deverá estar contido em $S'_1$ por exemplo.

Analisando a nova situação os vértices do grafo podem ser de três categorias:

a) os pertencentes a $S_1$ com um total $\pi_1$ de pesos aplicados
b) pertencentes a $S_2$ e $S'_1$ com um total de $\pi_3$ pesos aplicados
c) pertencentes a $S_2$ e $S'_2$ com um total de $\pi_4$ pesos aplicados.

O deslocamento de $C$ para $D$ provocará alterações nos custos, crescendo e decrescendo de acordo com a maior proximidade ou não da nova situação. Assim, para os pesos $\pi_1$, o custo de transporte crescerá de $\pi_1 l$; para os pesos $\pi_3$ o custo de transporte decrescerá de $\pi_3 l$, e para os pesos $\pi_4$ o custo poderá crescer ou decrescer, e nesta última hipótese o decréscimo será igual ou inferior a $\pi_4 l$.

Assim, resumidamente, teremos:

— um acréscimo de custo igual a $\pi_1 l$ e um decréscimo de custo inferior ou igual a $(\pi_3 + \pi_4)l = \pi_2 l$.

Por hipótese inicial $\pi_1 > \pi_2$, logo a nova localização tenderá a aumentar o custo de transporte em $C$.

Evidentemente, procedemos ao estudo comparativo dos custos de transporte, porém de maneira mais simplificada.

No caso generalizado atacamos o problema pela diretriz indicada, sucessivamente, determinando subgrafos que representam regiões ótimas de localização e determinando o subgrafo inseparável correspondente a intersecção dos subgrafos da região ótima.

*2.ª Diretriz*

Determinação do subgrafo mediano pertencente a um corte mediano.

A localização ótima orientada pelo transporte estará num vértice do subgrafo mediano.

Para provarmos que a região ótima para localização de indústria está num dos vértices medianos basta aplicarmos as suposições anteriores e teremos:

— Um vértice mediano da árvore de transporte definirá nesta árvore duas subárvores, sendo uma delas uma árvore mediana.

— A união da subárvore mediana com todos os circuitos que ligam entre si vértices desta subárvore formará um subgrafo mediano.

— As arestas incidentes em vértices do subgrafo mediano e não pertencentes a este subgrafo formarão um conjunto corte mediano.

— Este conjunto corte mediano conterá arestas de todas as árvores, inclusive da árvore de transporte.

— Estas arestas incidirão no vértice mediano da árvore de transporte, isto é, a região ótima de localização de custo de transporte mínimo.

Caso incidam em vértices diferentes, estes não serão região ótima de localização.

A partir das diretrizes indicadas verificamos ser $y$ o vértice mediano.

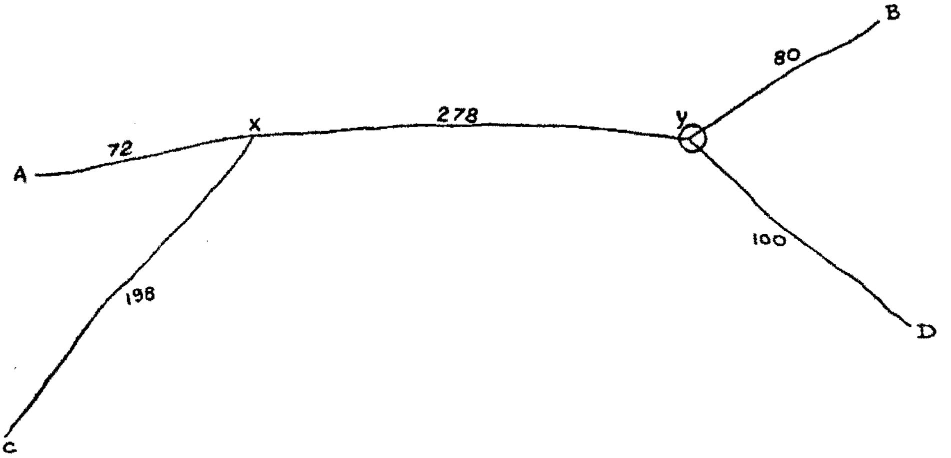



FIG. 21

## 5 — Análise das Soluções Dadas ao Problema de Localização

### 5.1 — Adequação da Teoria à Realidade

Vimos até agora soluções para o problema de localização que só foram possíveis abstraindo-nos dos problemas reais, simulando condições e propiciando uma visão ampla do problema.

Vejamos neste item algumas implicações que poderiam ser suscitadas na determinação da solução ótima.

1 — Possibilidade de substituição dos pontos pesados ou do sistema viário.

Na elaboração do modelo para determinação da localização ótima, admitimos as fontes de matérias-primas localizadas, sem nos referirmos a possíveis substituições por outras fontes similares.

#### 5.1.2 — Substituição de Pontos Pesados

Numa análise devemos considerar a possibilidade de existência de outros pontos pesados, originando mais de uma figura locacional, passível de apreciação e estudo.

Assim, para o caso de:

*Um Ponto Locacional*

No caso de outra alternativa em que o ponto locacional ofereça menor preço, é óbvio que a localização ótima se deva dar nesta nova situação.

*Linha Locaciosal*

Nossa análise para o caso de uma linha locacional sofrerá alterações se a diferença de distâncias e diferença de preços assim o forçarem.

*Triângulo Locacional*

Novamente a análise das diferenças entre distâncias e preços da nova situação definirá alteração na sossa decisão.

*Polígono Locacional*

Analogamente aos casos anteriores, deveremos ter uma nova figura locacicnal que deverá ser comparada com a situação anterior para decisão entre as alternativas possíveis.

A seleção entre as fontes de matérias-primas disponíveis deve recair na que oferecer figura locacional cujo índice de custos de transporte seja o mais baixo.

É interessante observarmos que as diferenças de preços podem ser consideradas tanto prática como teoricamente como diferenças de distâncias. Senão, vejamos: uma fonte de matéria-prima que produza a preços mais baixos do que outra, possui uma área de mercado maior, representando na realidade um encurtamesto da distância junto aos centros de consumo.

#### 5.1.3 — Substituição do Sistema Viário

Os clássicos da teoria da localização procediam as suas análises supondo um sistema homogêneo de transporte.

Na prática, uma análise do assunto nos traz uma diversificação no sistema viário, vindo a alterar a posição da figura locacional que deve ser ajustada com novas variáveis.

Ainda em nossa análise do problema, cabe-nos considerar que o sistema de transporte não se distribui geograficamente em linha reta e a determinação da localização ótima deve atender ao sistema diversificado dos transportes, no sentido prático, atendendo também a existência de sistemas de transportes competitivos e pode ser analisado como um problema de substituição.

Então a natureza e o volume das mercadorias exercerão maior influência na decisão final.

Essas considerações são de caráter prático e não possibilitam análise teórica detalhada, devido ao número infinito de variáveis do problema. Um empresário não encara o ponto ótimo locacional nem procura sua posição de equilíbrio espacial em termos absolutos, mas sim em termos relativos.

Assim, teria que calcular os custos totais combinados de transporte para cada vértice do polígono locacional, sendo o ponto ótimo aquele em que o índice dos custos de transporte seja o mais baixo.

### 5.2 — Análise Econômica da Função Custo de Transporte/Distância e Preço de Transporte/Distância

O primeiro passo para essa análise é a distinção entre preços e custo de transporte.

Essa distinção existe no caso de considerarmos o ponto de vista de quem presta o serviço ou a quem o serviço é prestado.

No caso do transportador: o preço corresponde à sua receita e o custo de transporte à sua despesa.

Essa análise econômica é necessária para se determinar a variável relevante preço ou custo de transporte.

*Caso do Planejamento Regional*

A variável relevante é o custo de transporte, a diferença entre o custo e a receita é um problema de distribuição de riqueza.

*Caso de Planejamento Privado*

É o preço do transporte — dentro da economia de empresa irá representar um custo.

1 — *Variação do Custo do Transporte com a Distância*

O custo de transporte é função de pelo menos duas variáveis: a distância a transportar e o peso transportado. Analisemos o custo de transporte em função da distância.

Temos da figura 2.

$$C = a + bd$$

representativo da função custo marginal em relação à distância $d$.

$a$ e $b$ parâmetros indicativos do tipo de transporte.

$a$ — despesas de embarque e desembarque e independem da distância.

$b$ — despesas correspondentes ao acréscimo de custo por unidade de peso.

2 — *Variação da Função Preço do Transporte com a Distância*

O preço do transporte $p$ está relacionado com o custo marginal $C$, pela relação deduzida da igualdade do custo e da receita marginal.

*Determinação de* p

Para uma lei de demanda qualquer e no nosso caso, procura relativa a transporte, temos:

$$p = \psi(x)$$

$p$ — preço
$x$ — distância

A receita total é o produto de $p$ por $x$:

$$R_t = p \cdot x = x \cdot \psi(x)$$

A receita marginal:

$$R_{mg} = \frac{dR_t}{dx} = \frac{d(px)}{dx} = p + x\frac{dp}{dx} = p\left(1 + \frac{x}{p}\frac{dp}{dx}\right)$$

Como a elasticidade da demanda é dada por:

$$\eta = -\frac{p}{x}\frac{dx}{pd}$$

$$R_{mg} = \frac{dR_t}{dx} = P\left(1 + \frac{x}{p}\frac{dp}{dx}\right) = p\left(1 - \frac{1}{\eta}\right)$$

A receita líquida máxima é obtida quando a receita marginal for igual ao custo marginal.

$$C = R_{mg}$$

Então:

$$C = p\left(1 - \frac{1}{\eta}\right)$$

$$p = \frac{P}{1 - \frac{1}{\eta}}$$

A elasticidade é função da distância devido aos seguintes fatores:

a) Competição entre os tipos de transporte com referência ao percurso percorrido.

b) Procura global de transporte tem elasticidade tanto maior quanto maior for a distância e menor o preço do produto por unidade de peso.

Consideremos o preço $P_1$ *FOB* de um produto e o seu preço $P_2$ no mercado de consumo.

Logicamente:

$$P_2 = P_1 + p\,\pi\,d$$

$p$ — preço do transporte por unidade de distância e peso.

$d$ — distância a transportar.

$\pi$ — peso do produto por unidade.

$\epsilon$ — elasticidade da procura do produto.

Então:

$$p = \frac{P_2 - P_1}{\pi d}$$

e

$$\eta = -\frac{p}{q}\,\frac{dq}{dp} = -\frac{p}{q}\,\frac{dq\,(\pi d)}{d P_2}$$

Mas:

$$\frac{dq}{d P_2} \cdot \frac{P_2}{q} = -\varepsilon$$

Logo:

$$\eta = p\;\varepsilon\,\frac{\pi}{p_2}\,d$$

$$\eta = -p \cdot \frac{dq}{d P_2} \cdot \frac{P_2\,\pi d}{q P_2} = p\;\varepsilon\;\frac{\pi}{P_2}\;d$$

*Outras Considerações*

O preço do produto acabado por unidade de peso e de distância é geralmente superior ao da matéria-prima.

Trata-se de material mais nobre e exige maior cuidado na guarda e manuseio, assim como condições mais adequadas para sua transportação.

Pela elasticidade ser inferior, tratando-se de produto de maior preço por unidade de peso.

## 5.3 — Conclusões — Orientação Pelo Transporte

1) Admitimos em nossa análise o custo de transporte proporcional ao produto do peso a ser transportado pela distância.

É claro que qualquer vértice do grafo de localização poderia ser considerado uma localização orientada pelo transporte.

Estes vértices representam as diversas fontes de matérias-primas, os diversos centros de mercado de consumo ou então, simplesmente, intersecções de vias de transporte.

2) Para o caso dos vértices representativos dos dois primeiros existe vantagem localizacional, caso por exemplo da não existência de custos de embarque e desembarque, isto é, da parcela fixa do transporte.

Temos:

$$C = a + bd$$

quando:

$$d = C$$

$$C = a$$

o que não representa a realidade, pois, não havendo transporte, não haverá despesa de embarque e desembarque.

Para corrigir esta restrição definimos:

$L_i$ — vantagem localizacional.

$$L_i = a_i \; P_i$$

3) No caso do vértice representar uma junção das vias de transporte, poderá vir a ser uma localização orientada pelo transporte, entre outras razões, quando houver a obrigatoriedade de se mudar de meio de transporte.

4) Analisemos neste item quem atrai com mais intensidade a indústria: os mercados de consumo ou as fontes de matérias-primas. Consideremos duas hipóteses de problema de localização:

— O que vai ser produzido em determinado local — a aplicação de nossa análise é impraticável. Para isto deveríamos considerar este local como o vértice de localização de todas possíveis indústrias, verificando-se se é uma localização ótima.

— Onde será produzido determinado produto, cuja análise de localização fizemos condicionando como fator dominante o fator transporte.

Nestas condições a localização será definida admitindo que a indústria sirva a apenas um só mercado. É claro, pois, ou a localização ótima coincide para diferentes mercados e a sua localização será a mesma se considerarmos um mercado isoladamente, ou os mercados em conjunto, ou as localizações ótimas diferem conforme o mercado considerado, e neste caso deveremos ter diferentes indústrias servindo aos diferentes mercados. Então a localização única aumentará o custo de transporte, deixando de ser o fator transporte o fator dominante. Constatamos que a abstração que fizemos, definindo os mercados servidos como variáveis exógenas ao modelo, de acordo com nossa análise leva a uma subotimização quando consideramos apenas o fator transporte.

5) Dentro da hipótese de que a indústria sirva apenas a um mercado, podemos solucionar o problema através do conceito do índice de material de Weber:

— As condições de atração pelo mercado são tão mais prováveis quanto mais elaborado o produto.

— Apenas nas isdústrias extrativas, ou nas de primeira transformação, onde existe um número reduzido de matérias-primas e seu aproveitamento percentual for muito baixo, é possível a atração pela matéria-prima.

— Nas indústrias de transformação que utilizam um grande número de matérias-primas diferentes, que apresentam pequena perda de peso no processamento e empregam grande peso de ubiqüidades, caso da maioria das indústrias de transformação quando o produto exige métodos delicados de embalagem e exigem cuidados especiais, assim como carga e transporte — o mais provável é a atração pelo mercado.

6) A introdução de suposições mais reais sobre o custo de transporte reforça a atração pelo mercado. O problema da vantagem localizada:

$$L_i = a_i \, P_i$$

O mercado consumidor apresenta uma vantagem localizada maior que a das fontes de matéria-prima.

7) Seja a hipótese da indústria servir a vários mercados: distingüimos dois casos: as fontes de matérias-primas se localizam fora ou dentro da região dos mercados.

No primeiro caso as atrações dos diversos mercados se somarão, sendo as conclusões do mercado único válidas para este caso.

No segundo caso as atrações poderão se compensar ou se anular em pontos dentro da região dos diversos mercados e no ponto onde está situada a matéria-prima. Neste caso a atração da matéria-prima, pequena quando comparada com a soma das atrações correspondentes ao transporte do produto acabado, poderá superar a resultante destas forças, atraindo a localização da indústria. Isto acontecerá com mais intensidade quanto mais central for a situação da fonte de matéria-prima em relação à região dos mercados.

Em ambos os casos a indústria se localizará próxima do mercado consumidor, podendo, no entanto, no segundo caso, ser atraída pela fonte de matéria-prima.

8) Admitindo a minimização do custo de transporte, sem considerar restrições, concluímos, com grande probabilidade de sucesso, que cada indústria servirá um único mercado, sendo sua localização atraída para o mesmo.

9) A definição do mercado consumidor como variável exógena, isto é, como restrição dentro do qual o custo do transporte deve ser minimizado, permite uma visão real e aplicação do problema.

10) É de importância secundária a atração pelas fontes de matérias-primas.

11) Finalmente, concluímos que o Fator Transporte somente não define a distribuição das indústrias na realidade. No entanto, é utilizado na solução de problemas práticos, introduzindo-se, como variáveis exógenas, restrições que limitam a solução à minimização do custo do transporte.

### 5.3.1 — Introdução de Novos Fatores

Fizemos a determinação da região ótima de localização vinculada à minimização dos custos de transporte, mas, no entanto, introduzindo outros fatores esta solução poderá vir a ser alterada.

Essa análise é indispensável como primeira tentativa de localização e no caso em que os custos de transportes são predominantes, a localização ótima deverá ser a determinada pela teoria da orientação pelo transporte.

A partir da determinação da região determinada pelo transporte, o próximo passo seria uma análise comparativa, com deslocamento, das diferenças de custo de transporte e a possível inclusão de novos fatores.

Podemos na adequação da teoria à realidade introduzir novas hipóteses que viriam a desviar a localização da indústria da região de localização orientada pelo transporte.

Deveremos calcular as alterações de custo de transporte que serão efetuadas nesse caso e analisamos, comparativamente, se estas alterações com o desvio compensarão os decréscimos de outros custos ou aumentos de receita.

*Conclusões*

1) Caso de indústrias em que o custo de transporte é predominante, a localização ótima não deverá ser desviada da localização estabelecida pelos nossos cálculos teóricos.

2) Caso de transportes não estarem sujeitos a vínculos, a solução é dada pela construção de isodapanas, solução já analisada em nosso trabalho.

3) Caso de transportes vinculados a árvores, deveremos calcular os acréscimos de custos quando houver qualquer desvio da localização orientada pelo transporte.

## 6 — Método de Avaliação Numérica de uma Comunidade

### 6.1 — Introdução

A determinação do local ótimo para a implastação de uma indústria, a partir de minimização dos custos de transporte, forneceu-nos um ponto básico mas não definitivo, dependendo da adequação de outros fatores influentes no processo. Em outras palavras, temos a macrolocalização determinada.

Assim, é indispensável um teste de avaliação das possibilidades e potencialidades de uma comunidade, verificando se existe a perfeita integração dos fatores influentes na vida da indústria.

Decisões que eram tomadas isoladamente por empresários devem, em nossos dias, ser coerentes com planos setoriais ou globais de desenvolvimento, propiciando o aproveitamento racional de recursos naturais e a utilização da mão-de-obra existente na região.

Outros fatores, como sistema de comunicações locais e nacionais, assim como as perspectivas de exportação que exigem custos controlados e alto padrão de qualidade, são fatores que têm que ser pesados na instalação, exigindo localizações estratégicas.

Achamos conveniente incluir nesse trabalho de localização de indústrias um método de avaliação objetiva de uma comunidade que possibilite decisões corretas nas fases de estudos técnicos-econômicos, aproximando o mais que possível da localização ideal.

A atribuição de pesos aos fatores escolhidos foi empregada pela primeira vez por McBride, então interessado em uma fábrica da Internacional Nickel Co., em 1923.

É interessante observarmos que a atribuição de pesos aos fatores permite avaliar dados qualitativos, dependendo o nível de aproximação da realidade e do grau de sensatez do julgamento.

Outra observação importante é a de que a proporção da importância de cada fator não é idêntica para todas as localizações. Partimos de um modelo ideal quando atribuímos os valores ótimos, mas para cada tipo de problema de localização os valores são variados.

## 6.2 — Instruções Para Aplicação do Método

a) Na maioria dos estudos para a escolha de um local para implantação de uma indústria existe um mínimo de exigências obrigatórias que, não sendo obedecidas, isolada ou conjuntamente, podem eliminar uma comunidade ou um local específico.

Estas exigências devem ser registradas em separado do inventário completo e examinadas em primeiro lugar.

b) Os fatores influentes na vida da indústria são concentrados em seus diversos grupos e subdivididos em elementos de acordo com sua natureza.

c) Para determinada atividade, a que pretendemos analisar, classificaremos os diversos elementos, fatores e grupos por comparação entre valores padrões ótimos e valores assinalados.

d) Para isto é necessário o preenchimento do formulário F.1 e a análise global, mediante uma tabela, formulário F.2, que inclui os grupos ordenados em graus de menor e de maior importância, determinados a partir de pesos atribuídos.

e) A confecção da tabela é feita de tal modo que permite a comparação dos valores assinalados, junto aos valores ótimos harmoniosamente estipulados, segundo critérios racionais.

f) A comparação entre estes valores possibilitará uma análise das potencialidades da comunidade ou comunidades e localidades sob consideração.

## 6.3 — Discriminação dos Grupos, Fatores e Elementos Indicada Para a Avaliação de uma Comunidade

### 6.3.1 — Classificação dos Grupos

Grupo 1 — Transporte.

Grupo 2 — Mercado.

Grupo 3 — Mão-de-Obra.

Grupo 4 — Construções.
Grupo 5 — Materiais e Suprimentos.
Grupo 6 — Facilidades da Comunidade.
Grupo 7 — Outras Indústrias.
Grupo 8 — Administração Local.
Grupo 9 — Tributos e Financiamentos.
Grupo 10 — Diversos.

#### 6.3.2 — Classificação dos Fatores

*Grupo 1 — Transporte*

— Fator 1.1 — Sistemas viários e transporte rodoviário.
— Fator 1.2 — Estradas de ferro e transporte ferroviário.
— Fator 1.3 — Sistema marítimo e hidrovia.
— Fator 1.4 — Aerovias.
— Fator 1.5 — Diversos.

*Grupo 2 — Mercado*

— Fator 2.1 — Mercado.

*Grupo 3 — Mão-de-Obra*

— Fator 3.1 — Quantidade e qualidade.
— Fator 3.2 — Organizações trabalhistas — treinamento.
— Fator 3.3 — Custo.

*Grupo 4 — Construções Locais e Serviços*

— Fator 4.1 — Construções existentes disponíveis.
— Fator 4.2 — Locais disponíveis.
— Fator 4.3 — Água.
— Fator 4.4 — Esgoto e lixo.
— Fator 4.5 — Energia elétrica.
— Fator 4.6 — Combustíveis.
— Fator 4.7 — Outros serviços.

*Grupo 5 — Materiais e Suprimentos*

— Fator 5.1 — Materiais e suprimentos.

*Grupo 6 — Facilidades da Comunidade*

— Fator 6.1 — Comércio.
— Fator 6.2 — Residências.
— Fator 6.3 — Viagem e hospedagem.
— Fator 6.4 — Recreação.
— Fator 6.5 — Atividades religiosas.
— Fator 6.6 — Organizações.
— Fator 6.7 — Saúde.

— Fator 6.8 — Proteção e serviços militares.
— Fator 6.9 — Educação.
— Fator 6.10 — Facilidades culturais.
— Fator 6.11 — Meios e serviços de comunicações.
— Fator 6.12 — Ruas e trânsito.

*Grupo 7 — Outras Indústrias*

— Fator 7.1 — Indústrias locais.

*Grupo 8 — Administração Local*

— Fator 8.1 — Governo local.
— Fator 8.2 — Planejamento e zoneamento.

*Grupo 9 — Tributos e Financiamentos*

— Fator 9.1 — Tributos.
— Fator 9.2 — Financiamentos.

*Grupo 10 — Diversos*

— Fator 10.1 — Diversos.

**6.3.3 — Classificação dos Elementos**

*Grupo 1 — Transporte*

— Fator 1.1 — Sistemas viários e transporte rodoviário.

*Elementos*

1.1.1 — Rodovias servindo a área.
1.1.2 — Limites de cargas e espaçamento.
1.1.3 — Distâncias às principais metrópoles e ao porto de maior importância.
1.1.4 — Existência de companhias de transporte de carga.
1.1.5 — Existência de companhias de transporte de passageiros.
1.1.6 — Novos planos de facilidades de transporte.
1.1.7 — Tarifas.

Fator 1.2 — Estradas de ferro e transporte ferroviário.

*Elementos*

1.2.1 — Ferrovias servindo a área.
1.2.2 — Freqüência e qualidade do serviço de carga.
1.2.3 — Capacidade de embarque e desembarque por ferrovia e tempo de retenção.
1.2.4 — Distância das principais ferrovias.
1.2.5 — Distância das principais metrópoles ao porto de maior importância.
1.2.6 — Armazenagem: área e custo.
1.2.7 — Tarifas.

— Fator 1.3 — Sistema marítimo e hidrovias.

*Elementos*

1.3.1 — Localização e distância do porto mais próximo.
1.3.2 — Freqüência e qualidade do serviço de carga.
1.3.3 — Capacidade de embarque e desembarque e tempo de retenção.
1.3.4 — Armazenagem: área e custo.
1.3.5 — Tarifas.
1.3.6 — Serviços de dragagem programadas ou em curso.

— Fator 1.4 — Aerovias.

*Elementos*

1.4.1 — Localização e distância do aeroporto comercial mais próximo.
1.4.2 — Freqüência e qualidade do serviço de carga.
1.4.3 — Tipos de pista e aeronaves operantes.
1.4.4 — Tarifas.

— Fator 1.5 — Diversos.

*Elementos*

1.5.1— Serviço urbano de ônibus — número de companhias e tarifas.
1.5.2 — Serviços de táxis — número de companhias e tarifas.
1.5.3 — Sistemas de tráfego rápido.
1.5.4 — Serviço de seguro de transportadoras.

*Grupo 2 — Mercado*

— Fator 2.1 — Mercado.

*Elementos*

2.1.1 — Mercado na localidade.
2.1.2 — Descrição — centros de mercados da região.
2.1.3 — Mercado externo.

*Grupo 3 — Mão-de-Obra*

— Fator 3.1 — Quantidade e qualidade.

*Elementos*

3.1.1 — Mão-de-obra disponível na região.
3.1.2 — Características da mão-de-obra.
3.1.3 — Especializações e grau de disponibilidade.
3.1.4 — Número e percentagem da população desempregada.

— Fator 3.2 — Organização trabalhistas — treinamento.

*Elementos*

3.2.1 — Organizações sindicais na região.

3.2.2 — Atividades sindicais.

3.2.3 — Ocorrências de rebeliões, greves e boicotes.

3.2.4 — Facilidade de adaptação a novas práticas de trabalho e automação.

3.2.5 — Treinamento e métodos de recrutamento utilizados.

3.2.6 — Existência de associação local de agência de empregos e intercâmbio de informações.

3.2.7 — Programas de estágio e treinamento.

3.2.8 — Práticas de contrato de mão-de-obra.

3.2.9 — Código de saúde e segurança local.

3.2.10 — Filiação a órgãos de previdência — fiscalização.

— Fator 3.3 — Custo.

*Elementos*

3.3.1 — Média de salários pagos pelas indústrias locais.

3.3.2 — Média de horas trabalhadas — produtividade comparada.

3.3.3 — Prática de horas extras e média de faltas.

3.3.4 — Rotatividade de mão-de-obra.

3.3.5 — Observância de feriados.

3.3.6 — Programas de segurança no trabalho.

3.3.7 — Programas de assistência social.

*Grupo 4 — Construções locais e serviços*

— Fator 4.1 — Construções existentes disponíveis.

*Elementos*

4.1.1 — Localização.

4.1.2 — Tamanho.
- — terreno.
- — área construída.
- — dimensões da construção.
- — número de pavimentos.

4.1.3 — Construção.
- — época da construção.
- — demanda prevista.
- — condições.
- — espaçamento das colunas.
- — disponibilidades para escritório.

4.1.4 — Construções auxiliares.

— vila operária.
— hospital.
— escolas.

4.1.5 — Preço de venda: termos, valor lançado.
4.1.6 — Aluguel: termos, valor lançado.
4.1.7 — Área de estacionamento — embarque e desembarque.
4.1.8 — Avaliação de seguros contra incêndios.
4.1.9 — Sistema elétrico.

— capacidade.
— iluminação externa e interna.

4.1.10 — Iluminação natural.

— Fator 4.2 — Locais disponíveis.

*Elementos*

4.2.1 — Dimensão total da área por $m^2$.
4.2.2 — Custo aproximado por $m^2$.
4.2.3 — Topografia do local.
4.2.4 — Água fornecida por poço — quantidade e qualidade.
4.2.5 — Custo de limpeza do local.
4.2.6 — Custo de terraplenagem e estaqueamento.
4.2.7 — Acesso a meios de comunicação.
4.2.8 — Sendo necessária a construção de estrada de acesso:

— quem irá construir.
— qual o custo.
— em quanto tempo.
— quem fará a manutenção.

4.2.9 — Zoneamento do local.

— residencial.
— comercial.
— industrial.
— outras.
— possibilidade de modificação do zoneamento.

4.2.10 — Existência de rede de esgoto no local.

— capacidade.
— suprimento adequado.
— tarifas.
— outras características.

4.2.11 — Existência de rede elétrica no local

— capacidade.
— suprimento adequado.
— tarifas.
— outras características.

4.2.12 — Caso de não existência da rede d'água, esgoto ou energia elétrica, qual a distância mais próxima.

— água. — custo.
— esgoto. — custo.
— energia elétrica. — custo.

— Fator 4.3 — Água.

*Elementos*

4.3.1 — Condições gerais do serviço de água na área.
4.3.2 — Fontes principais de fornecimento.
4.3.3 — Armazenamento subterrâneo na superfície e mananciais aproveitáveis.
4.3.4 — Análise química do fornecimento.
4.3.5 — Capacidade disponível no local.
4.3.6 — Demandas máximas.
4.3.7 — Freqüência no fornecimento.
4.3.8 — Métodos de tratamento.
4.3.9 — Possibilidade de captação própria.
4.3.10 — Bacia hidrográfica do local e curso d'água mais próximo.
4.3.11 — Custo.
4.3.12 — Planos de expansão.

— Fator 4.4 — Esgoto e lixo.

*Elementos*

4.4.1 — Meios disponíveis.
4.4.2 — Órgãos responsáveis pelo serviço.
4.4.3 — Métodos de tratamento.
4.4.4 — Capacidade máxima.
4.4.5 — Regulamentos para detritos industriais.
4.4.6 — Normas e órgãos reguladores de poluição.
4.4.7 — Freqüência e destino da coleta de lixo e detritos.
4.4.8 — Recipientes públicos para o lixo.
4.4.9 — Regulamentos sobre queima.
4.4.10 — Custo.
4.4.11 — Planos de expansão.

Fator 4.5 — Energia elétrica.

*Elementos*

4.5.1 — Concessionária.
4.5.2 — Capacidade do sistema disponível.
4.5.3 — Confiabilidade do sistema.
4.5.4 — Freqüência no fornecimento.
4.5.5 — Linhas múltiplas de fornecimento e interligações.

4.5.6 — Características de voltagem, número de fases, freqüência, e outras.

4.5.7 — Consumidores por classes de consumo e consumo efetivo.

4.5.8 — Tarifas.

4.5.9 — Tarifas para condições especiais de carga.

4.5.10 — Planos de expansão.

Fator 4.6 — Combustíveis.

*Elementos*

4.6.1 — Concessionária de produtos para a área — Especificação, capacidade e qualidade — tarifas.

4.6.2 — Concessionária de oleodutos para a área — Especificação, capacidade e qualidade — tarifas.

4.6.3 — Distribuição a granel de combustíveis — Concessionária, qualificações, características e tarifas dos combustíveis.

4.6.4 — Adequação da forma de suprimento.

4.6.5 — Legislação e regulamentos que disciplinam a manipulação de combustíveis — Órgão normativo e órgão fiscalizador.

4.6.6 — Equipamentos e serviços de proteção.

4.6.7 — Planos de expansão.

— Fator 4.7 — Outros serviços.

*Elementos*

4.7.1 — Companhias de manutenção para contratos.

4.7.2 — Arquitetos, engenheiros.

4.7.3 — Advogados, contadores, administradores.

4.7.4 — Empreiteiros e subempreiteiros.

4.7.5 — Corretoras.

4.7.6 — Manutenção por contratos.

4.7.7 — Serviços de zeladoria e limpeza.

4.7.8 — Agências de empregos.

4.7.9 — Proteção de propriedades.

4.7.10 — Polícia e bombeiros.

4.7.11 — Serviços de conserto e reparação de equipamentos e instrumentos.

4.7.12 — Transportadoras de equipamentos pesados.

4.7.13 — Laboratórios.

4.7.14 — Centro de computadores.

4.7.15 — Consultores técnicos e administrativos.

4.7.16 — Laboratórios.

4.7.17 — Serviços de reprodução (cópias heliográficas, xerox).

4.7.18 — Serviços de fotografia.

4.7.19 — Serviços telefônicos de informações.

4.7.20 — Órgãos de crédito.

*Grupo 5.0 — Materiais e Suprimentos.*

— Fator 5.1 — Materiais e suprimentos.

*Elementos*

5.1.1 — Localização dos fornecedores.
5.1.2 — Disponibilidade: quantidade e qualidade.
5.1.3 — Tempo e método de entrega.
5.1.4 — Confiabilidade do suprimento.
5.1.5 — Adequação de produção a longo prazo para atender à demanda.
5.1.6 — Disponibilidade de material para construção.
5.1.7 — Disponibilidade de suprimentos para manutenção.
5.1.8 — Suprimento de material e equipamento para escritório.
5.1.9 — Custos.

*Grupo 6 — Facilidades da Comunidade.*

— Fator 6.1 — Comércio.

*Elementos*

6.1.1 — Estabelecimentos essenciais.
6.1.2 — Estabelecimentos especializados.
6.1.3 — Centro de compras — supermercados.
6.1.4 — Centrais de abastecimentos.
6.1.5 — Filiais de lojas metropolitanas.
6.1.6 — Integração comércio — Órgãos públicos.

— Fator 6.2 — Residências.

*Elementos*

6.2.1 — Número total de unidades habitacionais.
6.2.2 — Número de unidades construídas nos últimos três anos.
6.2.3 — Preferências da comunidade para áreas urbanas ou suburbanas.
6.2.4 — Renovação urbana.
6.2.5 — Unidades de aluguel disponíveis para famílias simples — escala de preços.
6.2.6 — Unidades de apartamentos ou casas disponíveis para vendas — escala de preços.
6.2.7 — Tipos de contratos de locação.
6.2.8 — Especulação imobiliária.
6.2.9 — Custo médio.
6.2.10 — Existência de vila operária.
6.2.11 — Planos habitacionais favorecidos pelo BNH.

— Fator 6.3 — Viagem e hospedagem.

*Elementos*

6.3.1 — Quantidade e qualidade de hotéis e motéis.
6.3.2 — Diárias máximas e mínimas.
6.3.3 — Facilidades para reuniões e convenções.
6.3.4 — Quantidade e qualidade de restaurantes.
6.3.5 — Auditórios e galerias de exposição.
6.3.6 — Planos de expansão.

— Fator 6.4 — Recreação.

*Elementos*

6.4.1 — Quantidade e qualidade de parques e jardins.
6.4.2 — Quantidade e qualidade de parques infantis e similares.
6.4.3 — Clubes esportivos.
6.4.4 — Certames esportivos.
6.4.5 — Associações e ligas esportivas.
6.4.6 — Programas de recreação em geral.
6.4.7 — Quantidade e qualidade de cinemas, boites, clubes, teatros e outras.

— Fator 6.5 — Atividades religiosas.

*Elementos*

6.5.1 — Número de igrejas e sua denominação.
6.5.2 — Percentual de membro por igreja.
6.5.3 — Movimentos ecumênicos.

— Fator 6.6 — Organizações.

*Elementos*

6.6.1 — Organizações cívicas, políticas e outras.
6.6.2 — Programa de associações de comércio e indústria.
6.6.3 — Comissões de fundações de desenvolvimento.
6.6.4 — Sociedades profissionais.
6.6.5 — Existência de agências de institutos previdenciários.

— Fator 6.7 — Saúde.

*Elementos*

6.7.1 — Quantidade e qualidade de hospitais e clínicas num raio de vinte quilômetros.
6.7.2 — Atendimento especial disponível.
6.7.3 — Diária média de enfermarias e quartos hospitalares.
6.7.4 — Especialização do pessoal médico.
6.7.5 — Quantidade e qualidade de gabinetes dentários.
6.7.6 — Farmácias e drogarias.
6.7.7 — Serviços de ambulâncias.

6.7.8 — Regulamentos de saúde pública.

6.7.9 — Condições higiênicas e alimentares da população local.

6.7.10 — Atendimento médico — hospitalar — dentário — mediante convênio com Instituto de Previdência.

— Fator 6.8 — Proteção e serviços militares.

*Elementos*

6.8.1 — Quantidade de delegacias e policiais.

6.8.2 — Quantidade de veículos policiais.

6.8.3 — Quantidade de guardas de trânsito.

6.8.4 — Número de guarnições de corpo de bombeiros.

6.8.5 — Regulamentos locais e inspeções contra incêndios.

6.8.6 — Quantidade e especificações de guarnição militar.

6.8.7 — Segurança nacional.

— Fator 6.9 — Educação.

*Elementos*

6.9.1 — Quantidade de escolas especificadas: públicas e particulares.

Nível: primário, secundário, médio.

População estudantil.

6.9.2 — Relação aluno/professor.

— Nível primário: publ. part.

— Nível secundário: publ. part.

— Nível médio: publ. part.

— Qualificação do professor.

6.9.3 — Desempenho escolar: publ. part.

— Desistentes no secundário: publ. part.
— Concluíram curso médio num ano: % %.
— Entrando em universidade: % %.

6.9.4 — Escala salarial de professores.

6.9.5 — Programas de educação de adultos.

6.9.6 — Escolas profissionalizantes.

6.9.7 — Universidades e escolas superiores num raio de 20 km.

6.9.8 — Cursos noturnos oferecidos.

6.9.9 — Programas de pesquisa para indústria.

6.9.10 — Planos de expansão de ensino.

— Fator 6.10 — Facilidades culturais.

*Elementos*

6.10.1 — Número de bibliotecas e acervo.

6.10.2 — Grupos teatrais.

6.10.3 — Museus e galerias de artes.

6.10.4 — Programas de concertos ou conferências.

6.10.5 — Outros programas culturais.

— Fator 6.11 — Meios e serviços de comunicação.

*Elementos*

6.11.1 — Número e tipos de jornais publicados.
6.11.2 — Circulação de publicações.
6.11.3 — Estação de rádio comercial.
6.11.4 — Gerais de televisão recebidos e qualidade do sinal.
6.11.5 — Estação local de TV, se existe.
6.11.6 — Companhia telefônica local.
6.11.7 — Capacidade da central de trânsito.
6.11.8 — Aparelhos em serviço.
6.11.9 — Qualidade do trabalho telefônico.
6.11.10 — Aparelhos em serviço.
6.11.11 — Tarifas.
6.11.12 — Número de agências do correio.
6.11.13 — Média de entregas diárias para o comércio.
6.11.14 — Área abrangida pelo serviço expresso.
6.11.15 — Média de tempo de entrega de várias áreas.
6.11.16 — Planos de expansão.

— Fator 6.12 — Ruas e trânsito.

*Elementos*

6.12.1 — Planejamento do trânsito.
6.12.2 — Anel rodoviário.
6.12.3 — Condições de ruas da cidade.
6.12.4 — Manutenção das ruas.
6.12.5 — Política de taxação dos serviços.
6.12.6 — Limpeza das ruas.
6.12.7 — Facilidades de estacionamento.
6.12.8 — Iluminação pública.
6.12.9 — Sinalização do tráfego.
6.12.10 — Acesso dos transportes públicos para funcionários e fregueses.
6.12.11 — Planos de expansão.

*Grupo 7 Outras Indústrias.*

— Fator 7.1 — Indústrias locais.

*Elementos*

7.1.1 — Indústrias existentes na área.
7.1.2 — Concorrência — necessidade de neutralização.
7.1.3 — Produtos principais.
7.1.4 — Número de fábricas implantadas em 5 anos.
7.1.5 — Número de fábricas fechadas em 5 anos.
7.1.6 — Diversidade de indústrias.

*Grupo 8 — Administração Local*

— Fator 8.1 — Governo local.

*Elementos*

8.1.1 — Política local — relações com governos estadual e federal.

8.1.2 — Atitude para com as indústrias.

8.1.3 — Incentivos para implantação de novas indústrias.

8.1.4 — Política de desapropriação.

8.1.5 — Utilização de programas federais.

8.1.6 — Orçamento anual.

8.1.7 — Dívida pública.

8.1.8 — Programas de bem-estar — recursos.

8.1.9 — Politização dos trabalhos e da população local.

— Fator 8.2 — Planejamento e zoneamento.

*Elementos*

8.2.1 — Órgão em comissão de planejamento.

8.2.2 — Programa geral de melhoramento plurianual.

8.2.3 — Definições de classificações de vários zoneamentos.

8.2.4 — Regulamentos que disciplinam ruídos, gases venenosos, luminosidade, fumaça, pó, sujeira, vibrações, resíduos, armazenamento ao ar livre, estética, riscos de incêndios e estacionamentos a meio fio.

*Grupo 9 — Tributos e Financiamentos*

— Fator 9.1 — Tributos.

*Elementos*

9.1.1 — Sistemas de cadastro — métodos e datas de avaliações mais recentes.

9.1.2 — Histórico da tributação durante 5 anos.

9.1.3 — Práticas de lançamento e a proporção de valor lançado/valor real.

9.1.4 — Equilíbrio de taxas de lançamento sobre residências, comércio e indústria.

9.1.5 — Propriedades livres de taxação.

9.1.6 — Aplicação da renda apurada em taxas.

9.1.7 — Incentivos fiscais.

9.1.8 — Equilíbrio entre receita e despesas.

9.1.9 — Planos de expansão.

— Fator 9.2 — Financiamentos.

*Elementos*

9.2.1 — Número de bancos comerciais.

9.2.2 — Facilidades de financiamento para capital fixo e capital de giro.

9.2.3 — Instituições de desenvolvimento local e regional.

9.2.4 — Planos de financiamento para incentivo de produção.

9.2.5 — Outros.

*Grupo 10 — Diversos*

— Fator 10.1 — Diversos.

*Elementos*

10.1.1 — Registro de votação local.

10.1.2 — Participação do comércio e indústria na política.

10.1.3 — Formação étnica da população.

10.1.4 — Leis restritivas locais.

10.1.5 — Histórico da comunidade — regulamentos sobre vendas de bebidas alcoólicas e jogos.

10.1.6 — Média mensal de temperatura máxima e mínima durante o ano e extremos de temperatura.

10.1.7 — Média de precipitação pluviométrica.

10.1.8 — Média de umidade.

10.1.9 — Ventos dominantes.

10.1.10 — Possibilidade de enchentes e outras calamidades públicas — histórico da comunidade.

### 6.4 — Indicação de Modelos de Formulários

Indicamos os modelos a serem preenchidos: F.1 e F.2.

a) Modelo F.1 — Formulário de classificação dos elementos.

Neste modelo constam os elementos classificados e valorizados segundo padrões ótimos e valores assinalados.

b) Modelo F.2 — Tabela de avaliação dos valores por grupos.

b.1 — De acordo com o problema a ser estudado, destacamos entre os grupos enumerados aqueles que são os influentes no processo de implantações da indústria e os ordenamos segundo ordem decrescente de importância.

b.2 — Preenchimento da tabela:

Coluna (1) — relação dos grupos influentes no processo de implantação.

Colunas (2), (3), (4) — atribuímos pesos aos diversos grupos a partir do de ordem mais inferior e determinamos a percentagem relativa.

Colunas (5), (6), (7) — procedimento idêntico ao anterior, considerando, no entanto, o ponto básico como o grupo de ordem superior e determinamos a percentagem relativa.

Coluna (8) — cálculo da média dos percentuais.

Coluna (9) — a atribuição dos valores ótimos — designamos um valor total de pontos válidos para o projeto e calculamos o valor dos grupos a partir da média percentual. Isto possibilitará a avaliação ótima dos mesmos. De forma análoga, atribuímos a valorização dos fatores e elementos.

## *FORMULÁRIOS DE CLASSIFICAÇÃO DOS ELEMENTOS*

### FORMULÁRIO F.1

| Discriminação | Códigos | Denominações | Valores Ótimos | Valores Assinalados |
|---|---|---|---|---|
| GRUPO | | | | |
| FATOR | | | | |
| E L E M E N T O S | | | | |
| | | SOMA | | |

*TABELA DE AVALIAÇÃO DOS VALORES POR GRUPOS*

FORMULÁRIO F.2

| Grupos | Atribuição em Ordem Crescente | | | Atribuição em Ordem Decrescente | | | Média % | Valor Ótimo | Valores Assinalados |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Pesos Designados | Pesos Acumulados | % | Pesos Designados | Pesos Acumulados | % | | | |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | TOTAIS | | | |

### 6.5 — Análise dos Resultados

a) Estando de posse dos valores ótimos de cada elemento, fator e grupo incluídos em nossa análise, partimos para o levantamento dos valores verificados em cada comunidade.

b) Poderemos então eliminar as comunidades que não apresentam os mínimos requisitos necessários à implantação da indústria.

c) Através de uma avaliação e comparação estatística poderemos selecionar a comunidade ou localidade que apresenta maiores condições e facilidades.

## 7 — Considerações Finais

Na escolha de localização é importante ressaltarmos a influência do fator representado pelo comportamento humano.

Neste trabalho procuramos, a partir de processos teóricos, pesquisar uma primeira meta a ser explorada e, tendo atingido este primeiro passo, consideramos sumamente importante ponderar o resultado sob o ponto de vista humano.

No entanto, avaliar fatores imponderáveis é tarefa das mais difícies, pois trata-se de um trabalho subjetivo.

Evitar a parcialidade é possível, adotando-se métodos racionais de julgamento e perícia no levantamento de dados.

Finalmente, a boa localização de uma indústria surgirá através de critérios técnicos e humanos que deverão visar a uma situação a longo prazo, com possibilidades de desenvolvimento crescente.

# BIBLIOGRAFIA


FONSECA, Adhemar — *Curso de Mecânica* — Vol. II Editora Ao Livro Técnico.

FURTADO, A. Luz — *Teoria dos Grafos — Algoritmos* — Livros Técnicos e Científicos.

GEIGER, E. E. E. — *Revista Administração de Empresas* — Fundação Getúlio Vargas.

HALLIDAY, David e RESNICK, Robert — *Curso de Física* — Editora Ao Livro Técnico.

KNEIP, Karl; WINZER, Gustav e KILLMANN, Paul — *Mecânica Resistencia de Materiales — Grafostatica* — Vol. III — Editora Labor S.A.

OLIVEIRA MOTA, Fernando — *Manual de Localização Industrial* ETENE — APEC.

SILVA LEME, R. A. — *Contribuições à Teoria da Localização Industrial* — Publicação Faculdade de Ciências Econômicas e Administração — USP.

WEIL, K. E. — *Manual de Administração da Produção* — Vol. 1 — Fundação Getúlio Vargas.

WILD, Ray — *The Technique of Production Management* — Holt U. K. Management Books.

COMPANHIA PAULISTA DE FORÇA E LUZ — "Departamento de Utilização de Energia" — Divisão de Desenvolvimento de Mercado — "Método de Classificação Numérica de uma Comunidade".

## SUMMARY

To research the optimum region for industrial location, having in view the infinite factors which influence it is the main purpose of this paper.

The analysis of the problem was guided by an economic model, in which were considered the characteristics of the industrial products and the minimization of transportation costs.

Considering the major significance of the transportation factor, graphic and mathematic methcds were suggested to determine the macrolccation.

The isolines and the construction of isodapanes, graphic method of the funicular polygon, as a mecanic solution based on the graphs theory, were pointed out. Applied to the problems solution, this theory makes possible easier adjustment to reality.

We follow in this study the theoretic-economic principles of Prof. Ruy Aguiar da Silva Leme, defining some appropriate modds, especially in the graphs theory — mecanic solution.

Also presented was an analysis of the solution given by the Location Problem, in accordance with theory to reality including new important factors in the Location Theory.

The study was guided by an indispensable test of evaluation of the potencialitties and possibillities of a community to verify the perfect integration among the influent process factors.

It was indicated a method to evaluate a community that could define the degree of acceptance, for the location of an industry.

Based upon studies conducted by the Companhia Paulista de Força e Luz, this method provides elements to a rational choice hampering disadjustments and failures of the project.

Finnaly, it was stressed the influence of the human behavior factor.

The evaluation of "imponderable factors" is a very difficult task, due to its subjective character, but partiality can be avoided by adopting rational methods of judgment and expertness in data collection.

The cptimum location of an industry will emerge by the application of human and technical criteria, aiming at a situation, in the long run, with possibilities of an increasing development.



## RESUMÉ

Le but de ce travail c'est la recherche d'une excellent région pour la localisation d'industries, en attendant les infinis facteurs que l'en influentient.

L'analyse du problème a eu faite à partir d'un modèle économique où est considérées les caracteristiques des produits industriels et la minimization des couts de transport.

En considerant le facteur transport ce de plus importance, il ont suggéré méthodes graphiques et mathématiques pour la détermination de la macrolocalisation.

Nous détachions: les isolignes et la construction des isodapanes, méthode graphique du polygone funiculaire, et la solution mécanique a partir de la théorie des graphes. La théorie des graphes appliquée dans la solution du problème rendre possible plus facilement des accord et adaptation à la réalité.

En cet étoudes ncus suivons les principes théorique—économiques du Prof. Ruy Aguiar da Silva Leme, qui a défini ainsi quelques modèles appropriés, principalement dans la théorie des graphes—solution mécanique.

Dans la séquence on a montré l'analyse des solutions données au Problême de Localisation, avec l'adéquation de la théorie à la réalité, en incluant des nouveaux facteurs dans la théorie de la localisation.

L' orientation donnée a le travail, qui se suivreet, qu'on a rendu indispensable a un test d'estimation des potentielités et des possibilités d'une communauté, en se vérifiant s'existe une parfaite intégration des facteurs influents dans le procês.

On a déjà indiqué une méthode pour l'évaluation d'une communauté, qui défini le grade d'acceptation, pour l'implantation d'une industrie.

Cette méthode est basée en des étoudes faites pour la Companhia Paulista de Força e Luz et vient fournir des éléments qui rendent possible une choix raisonnable, qui puisse empecher des ruptures et fracas du projet.

Finalement, a eu rehaussé l'influence du facteur representé par la conduite humaine.

Estimer "des facteurs impondérables" c'est tâche des plus dificiles, dû son caractère subjectif, mais eviter la parcialité est possible en adoptant des méthods raisonnables de jujement et habilité d'une collecte de données.

La localisation parfaite d'une industrie surgirá avec des applications de critériums humaines et técniques, que doivent viser une situation à longue délai, avec des possibilités de développment croissent.