

# Introdução à análise de séries temporais

PEDRO PINCHAS GEIGER, coordenador  
ANA MARGARETE SIMÕES LYRA  
ERNST WILLY KÜFFER  
PEDRO LUIZ PINTO FELICISSIMO \*

## I — Introdução

**E**ste estudo é fruto do interesse pela aplicação da análise de séries temporais em pesquisas de Ciências Sociais no Brasil, em particular, na Geografia. Apesar da denominação séries temporais, as técnicas que elas envolvem têm a sua utilização não limitada a fenômenos temporais, podendo também estender-se ao espaço.

O primeiro problema que surge quando se deseja aplicar as técnicas de séries temporais se refere ao fato de que, geralmente, para aqueles fenômenos que mais nos interessam quanto à evolução socioeconômica do País, faltam os dados. Deve ser lembrado que para o uso dessas técnicas torna-se necessário grande quantidade de observações, ao longo do tempo, para que se possam caracterizar uma série temporal, a ser analisada em suas componentes. Exclui-se portanto a mera possibilidade de utilização de dados censitários para uma análise de séries temporais. \*\*

Já no caso da aplicação das técnicas no espaço, mediante o levantamento de dados referentes a lugares, as possibilidades são maiores. Neste

\* Pedro Pinchas Geiger — Geógrafo e Chefe da Divisão de Pesquisas Regionais do Departamento de Geografia; Ana Margarete Simões Lyra — Auxiliar de Estatística; Ernst Willy Küffer — Técnico em Estatística e Pedro Luiz Pinto Felicissimo — Estatístico, todos da mesma Divisão.

\*\* Em termos gerais podemos dizer, por exemplo, que seria impossível estudar ciclos com apenas 5 observações ao longo do tempo, (correspondentes aos censos de 1920, 1940, 1950, 1960 e 1970), embora em alguns casos pudessem talvez esboçar uma tendência. (O texto explicará adiante o significado dos termos tendência e ciclos).

caso podemos, por exemplo, considerar os diversos lugares ao longo de um corte sobre o território como se fossem observações de uma série temporal; as ordenadas desses pontos podem se referir à população, produção industrial, nível hierárquico, etc., enquanto que na abcissa se registram as distâncias a partir de um ponto inicial.

No entanto, há diferenças na apreciação dos fenômenos ao longo do tempo e na sua localização no espaço. No primeiro caso, um acontecimento num dado instante pode depender de acontecimentos ocorridos em instantes anteriores, isto é, o tempo é unidimensional e flui num único sentido. No segundo caso, um acontecimento pode depender de acontecimentos ocorridos em sua vizinhança, isto é, numa superfície as influências se fazem em todas as direções. Por isso, quando da aplicação das técnicas de séries temporais no espaço terrestre, é indicado muitas vezes que os dados sejam colhidos ao longo de uma faixa e projetando-se estes pontos sobre um eixo. Uma outra solução consiste em trabalhar em duas dimensões, quando se trata de séries espaciais, o que implicaria na utilização de uma superfície.\*

Como exemplo de possível aplicação da técnica de séries temporais no espaço, poderia-se apontar o estudo de litoralização e interiorização, que poderão caracterizar uma “tendência” na distribuição espacial de diversos fenômenos, ou então a sucessão de cidades mais e menos importantes ao longo de um eixo — tendo-se em vista a Teoria da Centralidade — que nos sugere a possibilidade de identificar um padrão cíclico. Por outro lado, a ocorrência de determinada localização geográfica, como a existência de um local de mineração, podem trazer certa interferência, caracterizando-se como uma aleatoriedade no processo.

O segundo problema encontrado é que a aplicação de séries temporais a qualquer fenômeno deverá sempre ser encarado apenas como um modelo descritivo. Mesmo a utilização de *cross-correlation*, entre duas séries com a finalidade de observar a liderança de uma em relação a outra (*lead and lag*) não chega a tornar o modelo propriamente explicativo, embora se alcance uma descrição mais compreensiva.

No entanto, achamos oportuno a apresentação deste trabalho, para marcar o que supomos ser um início de estudos de séries temporais no DEGEO e tendo o propósito de servir como uma pequena contribuição a estas pesquisas futuras, já que foi levado em consideração o sentido didático do mesmo. Esta contribuição tem por objetivo melhorar a compreensão da análise de séries temporais e contém a elaboração de vários programas em linguagem Fortran, o que nos parece outra razão importante para a divulgação deste trabalho. Para maior clareza e compreensão, mostraremos alguns exemplos manipulando dados disponíveis e relativos a variáveis da vida econômica nacional.

A organização deste trabalho segue a seguinte ordem:

- Breve comentário sobre série temporais.
- Alguns exemplos sobre a decomposição de séries temporais em suas componentes.
- Verificação de influência de uma série sobre a outra através da *cross-correlation*.
- Aplicação de filtros a uma série e o efeito de seus pesos através da curva Resposta de Freqüência.
- Apresentação dos Programas.

---

\* A técnica de *Trend Surface* poderia também ser aplicada utilizando-se uma dimensão para uma Série Temporal e a outra dimensão para uma Série Espacial.

## II — Séries Temporais

Uma série temporal é um conjunto ordenado de observações sobre um fenômeno, numa escala de intervalos. Deve-se observar que a série temporal não tem aplicação limitada ao tempo, podendo também ser aplicada ao espaço. Se temos a cada instante uma informação, dizemos que a distribuição dos pontos é contínua. Temos freqüentemente apenas séries discretas, ou seja, séries cujos dados são obtidos em intervalos discretos.

De modo geral, uma série é formada por 3 componentes, ou seja, tendência, ciclos e de uma componente aleatória. Para compor a série original, as componentes podem ser aditivas ou multiplicativas. Por ser mais simples usaremos aqui a formação aditiva:

$$x(t) = h(t) + c(t) + a(t)$$

Quando se tem observações mensais durante alguns anos pode-se desdobrar a componente cíclica em ciclos e estacionais:

$$x(t) = h(t) + c(t) + e(t) + a(t)$$

Antes de iniciarmos o estudo de séries temporais, devemos verificar o seu comportamento quanto ao grau de aleatoriedade, isto é, observar a dependência da série em relação ao tempo.

Em algumas séries esta dependência pode ser notada a partir da observação do seu gráfico, em outras torna-se necessário a aplicação de um teste que será escolhido levando-se em consideração a facilidade de aplicação e de sua eficiência.

A seguir descreveremos, sucintamente, as quatro componentes mencionadas, que posteriormente serão tratadas com mais detalhes, quando da apresentação do exemplo.

### 1 — Tendência

Quando, a partir dos valores observados de uma série, fazemos um gráfico, podemos observar que esse conjunto de pontos irá representar uma tendência do fenômeno em estudo, tendência essa que poderá ser crescente, decrescente ou estacionária.

É interessante também observar que o gráfico de uma série temporal se assemelha à trajetória de uma partícula que se desloca sob a influência de forças físicas. Todavia o movimento pode ser provocado, em vez de forças físicas, por uma combinação de forças econômicas, sociais, psicológicas e outras, no decorrer do tempo.

Denominaremos simplesmente tendência de uma série temporal a função valor médio de seu processo gerador.

São freqüentemente ajustadas as seguintes curvas na determinação da tendência:

#### 1) Tendência Linear

$$Y = at + b$$

onde  $a$  é o coeficiente angular e  $b$  o linear

#### 2) Curva Exponencial

$$Y = ab^t$$

$a$  e  $b$  são os parâmetros a serem determinados

3) Curva Logística

$$Y = \frac{k}{1 + a e^{-bt}}$$

K = assíntota superior a ser estimada juntamente com a e b

4) Polinomial

$$Y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots \quad \text{onde } a_0, a_1, a_2, \dots \text{ são os parâmetros a determinar.}$$

2 — *Componente Estacional*

As variações estacionais são pequenos ciclos que se repetem em intervalos nunca maiores que 12 meses. Estas flutuações são decorrentes das estações do ano e distinguem-se nitidamente dos ciclos, já que estes têm períodos maiores do que 12 meses.\* Um exemplo bem típico de componente estacional pode ser observado nas vendas de sorvetes, quando há um aumento considerável no verão em relação às outras estações.

Descreveremos o cálculo dos estacionais\*\* realizado pelo Programa ESTAC.

A partir da série original, calculamos a série de médias móveis\*\*\* de treze meses enfatizando os termos centrais:

$$x_{ij}, i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, 12$$

onde  $x_{ij}$  é o termo da série original e N é o número de anos

$$w_{ij} = \frac{x_{ij-6} + 2(x_{ij-5} + \dots + x_{ij+5}) + x_{ij+6}}{24}$$

Definimos então os coeficientes  $Y_{ij}$  dos termos da série original pelo seu correspondente da série de médias móveis.

$$Y_{ij} = \frac{x_{ij}}{w_{ij}}$$

Fazemos a média dos elementos para cada mês, obtendo, assim, os 12 estacionais não corrigidos:

$$e_j^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=2}^N Y_{ij}, \quad \text{Se } j \leq 6$$

$$e_j^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} Y_{ij}, \quad \text{Se } i \geq 7$$

Para corrigir estes estacionais basta exprimir cada um destes elementos como taxa percentual sobre a média dos estacionais não corrigidos.

$$m(e)^* = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{12} e_j^*$$

$$e_j = \frac{e_j^*}{m(e)^*} \cdot 100$$

\* Nas Séries Econômicas o conceito de ciclo aplica-se a períodos de mais de 24 meses.

\*\* COVA, H. G. (1969), "Pequena Contribuição ao Estudo das Séries Temporais" — Separata da *Revista Brasileira de Estatística* n.º 119.

\*\*\* Veja mais detalhes da descrição do método de médias móveis no item Uso e Determinação de Filtros.

Para obtermos a componente estacional basta subtrair uma unidade dos estacionais e multiplicar esse resultado pela tendência. Devemos observar que se a tendência é crescente as variações estacionais também serão crescentes, ano a ano.

Um outro método para o cálculo das variações estacionais consiste em ajustarmos uma série de Fourier à série residual obtida da diferença entre a série original e a tendência. Para isso, basta utilizarmos no programa, para determinação de ciclos (CICLO), o período de 12 meses.

### 3 — Componente Cíclica

A componente cíclica é representada numa série temporal por acontecimentos que se repetem em períodos regulares.

Podemos classificar os ciclos em três tipos distintos:

- 1 — Longos, com período de 50 anos
- 2 — Médios, com duração em torno de 10 anos
- 3 — Curtos, com período de 2 a 7 anos

Esta classificação de ciclos é usada apenas em séries econômicas. Veremos posteriormente na parte referente a filtros, que o termo ciclo pode ser usado num sentido mais amplo.

Se a série em estudo apresentar a componente cíclica, estaremos diante de uma função periódica de período  $p$ :  $f(t) = f(t + p)$  onde  $f(t)$  é o termo geral da série. Como não conhecemos esta função periódica, ajustamos uma série de Fourier a série residual ( $X_t$ ) ou seja uma função do tipo:

$$f(t) = m + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi k t}{p} + b_k \sin \frac{2\pi k t}{p} \right)$$

$$\text{onde } m = \frac{1}{p} \sum_{t=1}^p x(t)$$

$$a_k = \frac{2}{p} \sum_{t=1}^p x(t) \cos \frac{2\pi k t}{p}$$

$$b_k = \frac{2}{p} \sum_{t=1}^p x(t) \sin \frac{2\pi k t}{p}$$

O primeiro passo no estudo da componente cíclica consiste na determinação do período  $p$ , em geral desconhecido. Torna-se então necessário obter um método que determine esse período, apenas com base nos termos da série em questão. Esse método consiste na procura da amplitude máxima de cada onda fundamental, quando se varia o período das ondas.

A amplitude da onda fundamental é dada por

$$C(p) = \sqrt{a_1^2(p) + b_1^2(p)}$$

Tomando-se esse valor para a ordenada e o seu correspondente período para a abscissa temos um espectro contendo as amplitudes de cada onda fundamental em função de seu período. Este diagrama é normalmente chamado de periodograma, e o *provável período* da componente cíclica será o período correspondente a ordenada máxima (Programa PDOG).

Quando no periodograma não distinguimos nitidamente um período, devido a pouca variação entre a ordenada máxima e as situadas na sua vizinhança, testamos se esse suposto período é verdadeiro ou se foi obtido por mero acaso. A significância do período pode ser determinada através do teste de Schuster.

#### 4 — Componente Aleatória

A componente aleatória apresenta-se numa série sob a forma de movimentos irregulares de frequência elevada e é normalmente ocasionada por acontecimentos acidentais, tais como enchentes, greves, revoluções, guerras, crise de matéria-prima, etc. ... Estes acontecimentos tanto podem produzir variações durante um curto intervalo de tempo, como também, dependendo da sua intensidade, pode acarretar variações em períodos maiores.

### III — Exemplo de Análise de uma Série Temporal

Tomamos como exemplo a série de produção de automóveis no Brasil no período de janeiro de 1967 a outubro de 1971, totalizando 58 dados mensais. Plotamos esses dados num plano carteziano em que no eixo das abcissas está o tempo e no eixo das ordenadas a produção (fig. 1).

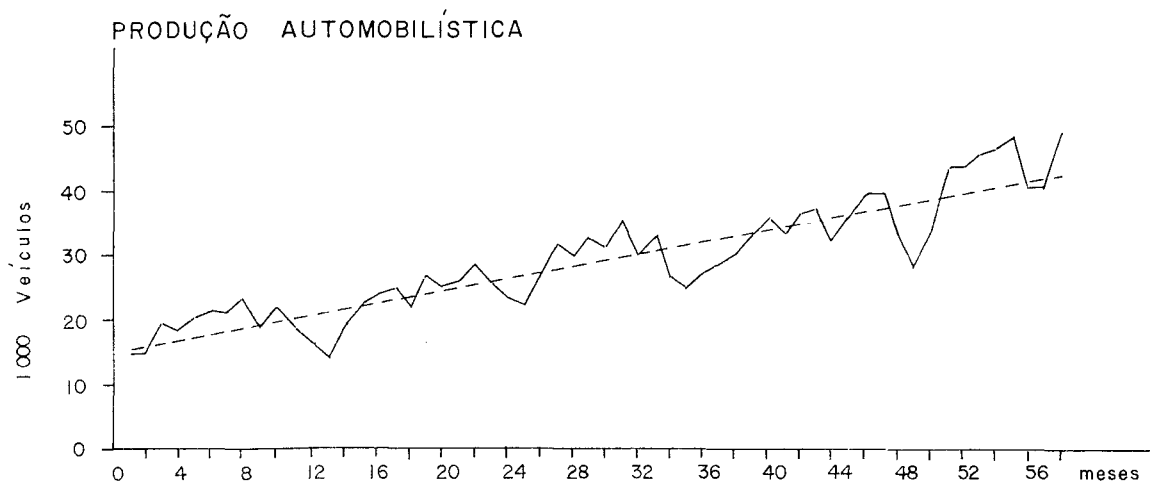


FIG. 1 — Série Original e Determinação da Tendência

Fonte: Ind. de Transf. - DEICOM

A rigor o primeiro passo seria a realização de um teste para verificar a aleatoriedade da série, mas neste caso podemos notar claramente que há uma tendência crescente e linear, sendo assim, ajustamos pelo método dos mínimos quadrados a reta  $Y = 496,75 t + 14.653,00$

A seguir fizemos a análise da variância, que nos indicou que a reta ajustada explica 83,7% da variação total.

Definida a tendência, subtraímos da série original esta tendência e assim demos origem a uma nova série. Uma nova série obtida dessa forma é denominada série residual.

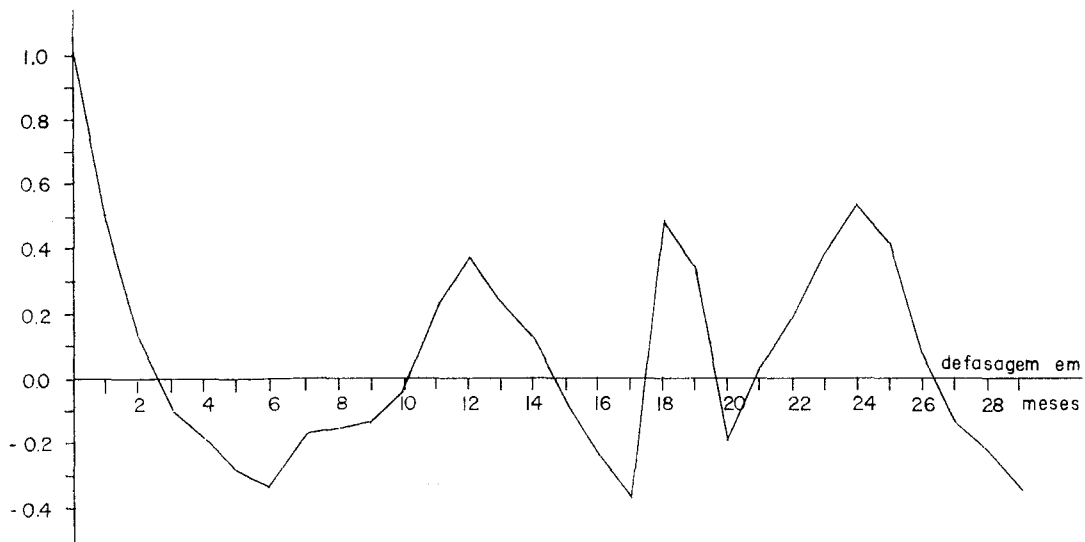


FIG. 2 — Correlograma da Série Residual (Orig. - Tend.)

Convém testar a hipótese dessa série residual ser estacionária, ou seja de média e variância constantes e que a variância entre os elementos da série dependa somente do intervalo entre eles. Só é possível estudar flutuações cíclicas (estacionais e ciclos) em séries estacionárias, já que só tem sentido aplicar uma série de Fourier a uma função periódica, portanto aplicamos o teste de Mann que indicou ser a série Estacionária com probabilidade de erro de 5%.

A partir desta série residual, determinamos os coeficientes de autocorrelação (programa C.A.C.), com os quais construímos um correlograma (fig. 2). No eixo das abcissas é marcado o defasamento (neste caso, em meses) que é dado entre a série em questão, e ela própria des-

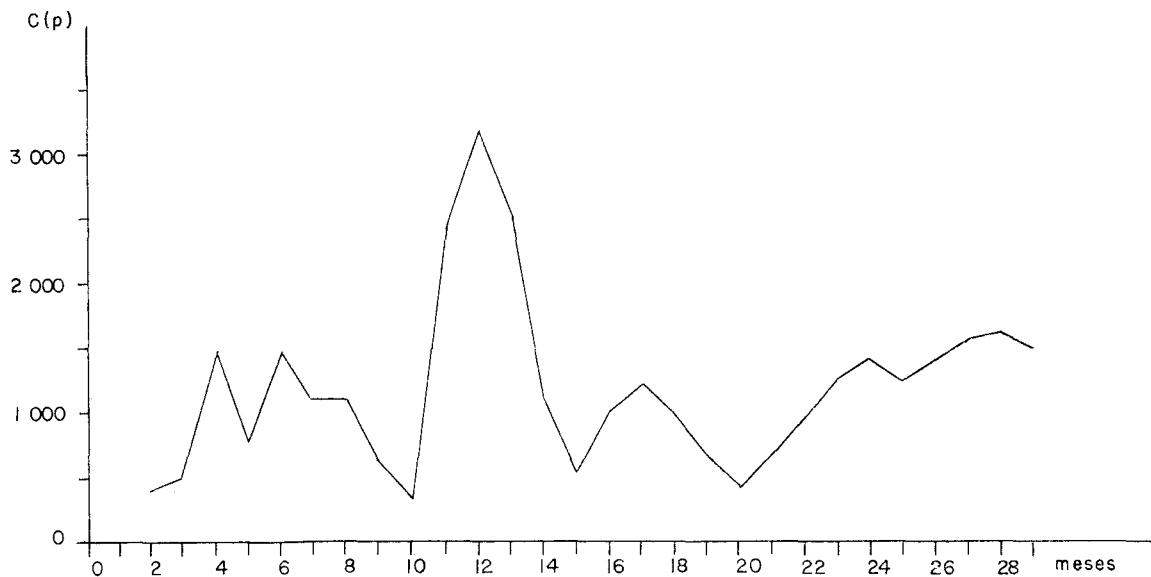


FIG. 3 — Periodograma da Série Residual (Orig. - Tend.)

locada ao longo desse eixo. Na ordenada colocamos os coeficientes de autocorrelação correspondentes a cada defasamento. É óbvio que quando o defasamento é zero temos o máximo de correlação e o coeficiente é um.

Pelo correlograma observamos que o processo gerador da série residual parece ser o de periodicidade ocultas, isto é, o correlograma sugere a existência de ciclos ou variações estacionais. Existe uma boa correlação quando o defasamento é de 12 meses, o que nos sugere um provável período de 12 meses, ou seja a existência de estacionais.

Vamos investigar os períodos presentes na série através do periodograma (fig. 3). O período correspondente a ordenada máxima é o período da série residual que é de 12 meses, o que confirma a existência da componente estacional.

Para a determinação dos estacionais utilizamos o processo descrito anteriormente através do programa ESTAC. Os estacionais encontrados para cada mês do ano, a partir de janeiro foram: 0,775; 0,915; 1,077; 1,070; 1,073; 1,039; 1,126; 1,051; 1,036; 1,040; 0,948; 0,852.

Para obtermos a componente estacional, basta multiplicarmos os estacionais pelo valor da tendência linear em cada ponto e subtrairmos a tendência. Podemos também subtrair os estacionais de um e multipli-

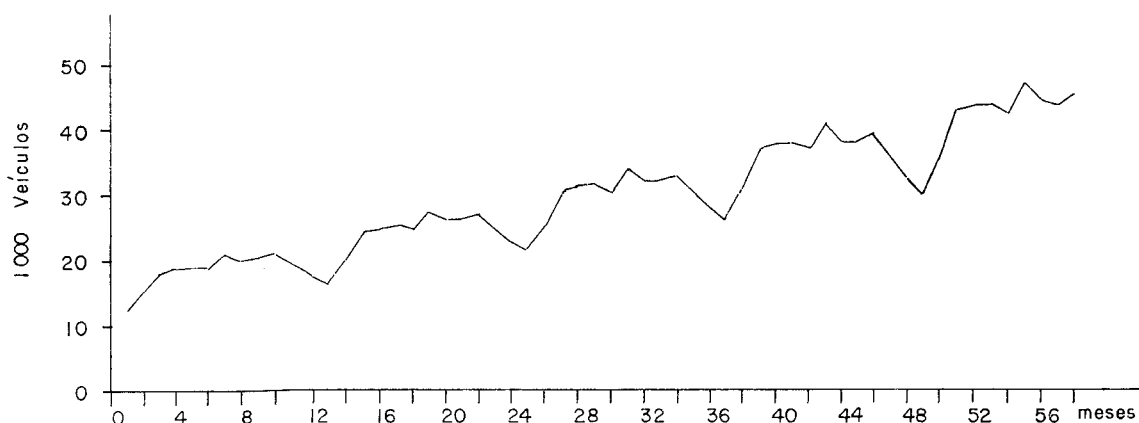


FIG. 4 - Componente Estacional somada à Tendência

car este valor pela tendência. Na figura 4 encontramos a componente estacional já somada à tendência. Convém observar que este método se ajusta bem nos casos em que as variações estacionais acompanham uma tendência crescente. No exemplo em pauta a análise da variância mostrou que a tendência adicionada à componente estacional explica 93,42% da variação total.

Outro método para o cálculo da componente estacional é ajustar uma série de Fourier à série residual (original-tendência), com um período de 12 meses, utilizando-se para isso o programa CICLO. Neste caso as amplitudes das variações estacionais são constantes de ano para ano (fig. 5). Encontramos os seguintes valores:

$$XM = - 104,7$$

A(K)

— 3253.9            — 886.4            — 699.9            92,2            619.6

B(K)

— 473.1            — 1198.4            — 1217.4            475,7            279.1



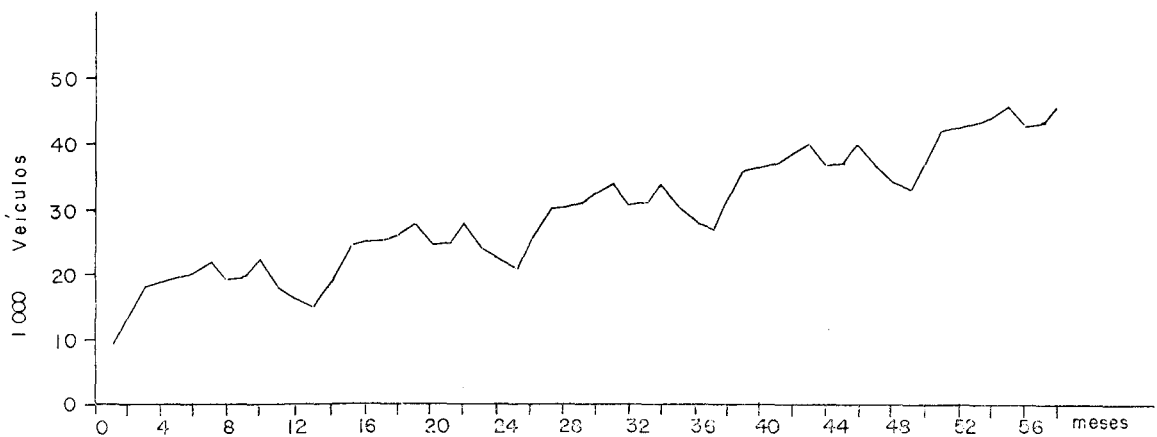


FIG. 5 — Componente Estacional (p/Fourier) somada à Tendência

A vantagem de ajustarmos uma série de Fourier à série residual é de obtermos uma equação que explica os resíduos.

$$x(t) - h(t) = -104,7 - 3253,9 \cos \frac{2 \pi t}{12} - 473,1 \sin \frac{2 \pi t}{12} \\ - 886,4 \cos \frac{4 \pi t}{12} - 1198,4 \sin \frac{4 \pi t}{12} + \dots + c(t) + a(t)$$

A análise da variância para esta componente estacional com a tendência, explica 93,33% da variação total dos dados, quase idêntico ao caso anterior.

Na fig. 4 e 5 observamos grande queda anual referente aos meses de janeiro e fevereiro. Esta baixa coincide justamente com o período de férias coletivas dado pelas indústrias automobilísticas.

Uma vez determinada a tendência e a componente estacional, investigamos a existência da componente cíclica. Subtraímos da série original a tendência e as variações estacionais\* e obtemos uma nova série residual.

Através do teste de Mann comprovamos que esta série residual é estacionária com probabilidade de erro de 5%. Foi construído um correlograma que mostrou a possibilidade do processo gerador desta série ser o de periodicidades ocultas (fig. 6). Sendo assim, determinamos o periodograma (fig. 7). A ordenada máxima se encontra para o período de 24 meses, porém essa ordenada pouco difere dos valores das ordenadas próximas, o que sugere investigar a existência ou não de ciclos, através do teste de Schuster.

O teste de Schuster baseia-se na relação:

$$P_r \left\{ \frac{C^2(N, r)}{\frac{4 \sigma^2}{N}} > k \right\} = e^{-k} = P_s$$

\* Foi utilizado os estacionais percentuais ao invés dos obtidos pela série de Fourier, porém estes também poderiam ser usados já que explicam quase integralmente a série residual como foi constatado com base na análise da variância.

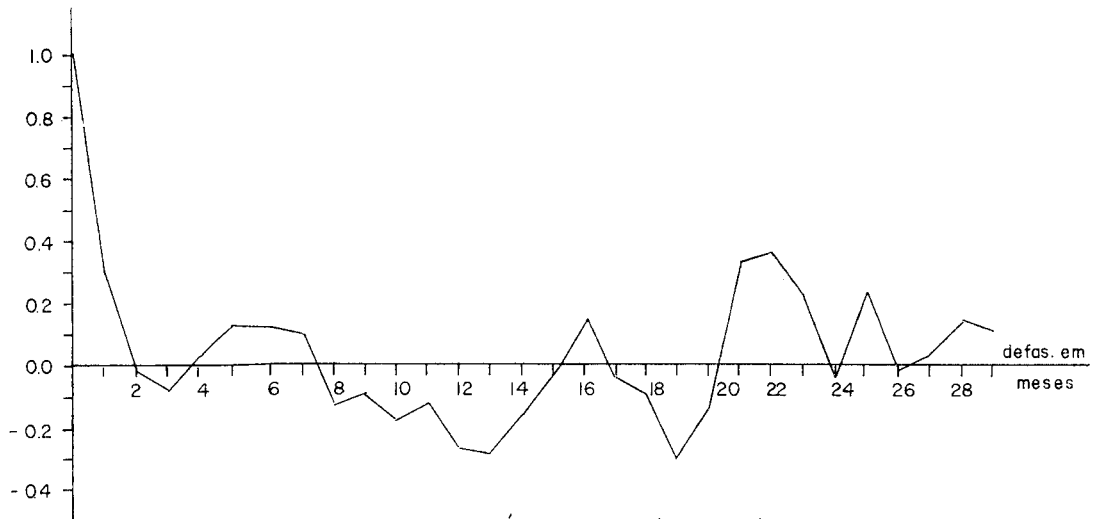


FIG. 6 - Correlograma da Série Residual (Orig. - (Tend + Estac.))

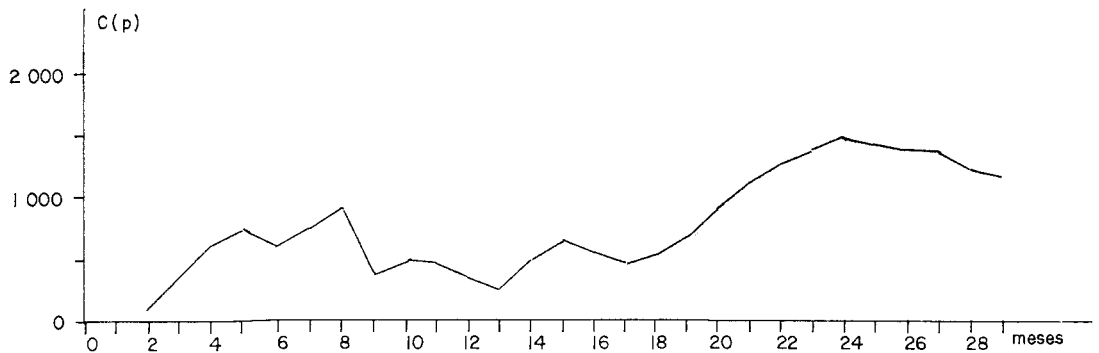


FIG. 7 - Periodograma da Série Residual (Orig. - (Tend + Estac.))

onde  $C^2(N, r)$  é a ordenada máxima do periodograma,  $\sigma^2$  é a variância do universo que pode ser estimado por

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Para uma probabilidade de 0,05  $K = -\ln(P)$

$$K = -\ln(0,05) = 3$$

No nosso caso temos

$$C^2(N, r) = (1430,38)^2$$

$$S^2 = 13.118.945,0 \quad \text{donde} \quad \frac{C^2(N, r)}{\frac{4s^2}{N}} = 2,26 < k$$

A probabilidade de que esse máximo tenha ocorrido por mero acaso é acima de 5%, sendo assim não podemos aceitar a hipótese da existência de um período.

Devemos lembrar que anteriormente já fora verificado que duas componentes, a tendência e a componente estacional, já explicaram

93,42% da variação total, de modo que já se poderia supor a inexistência da componente cíclica.

Após o estudo da influência das componentes na série temporal, resta-nos agora completar nosso exemplo no que diz respeito a estimativas a serem obtidas e seu grau de fidedignidade.

Podemos notar conforme a fig. 1, que o fenômeno, na evolução do tempo, apresentou irregularidades em alguns pontos, motivo pelo qual obtivemos um grande erro padrão de estimativa, ou seja:

$$\sigma = 3.622$$

Um teste para avaliar o modelo foi efetuado através da realização de uma estimativa para o mês de outubro de 1972, valor este já por nós conhecido. O resultado encontrado foi de 49.500; dado este obtido somente com a tendência. Como, além da tendência tivemos a componente estacional, somamo-la à tendência fornecendo-nos 51.500 unidades, que passou a ser nosso valor estimado.

Para obtenção do intervalo de confiança, a um nível de aceitação de 95%, basta multiplicarmos o erro padrão de estimativa por dois, somando e subtraindo o valor encontrado de 51.500

$$51.500 \pm 2\sigma \equiv [44.256 : 58.744]$$

Em uma comparação com o valor observado para o mesmo mês que foi de 56.656, verificamos que o valor estimado situa-se dentro da faixa de segurança estipulada. Embora tendo boa estimativa para o referido mês, seria conveniente notarmos, conforme fig. 8, que a componente aleatória possui grande amplitude, o que contribuiu também para o valor elevado do erro padrão de estimativa, assim como contribuirá para as distorções de estimativas posteriores ao ponto estimado.

Finalizando, queremos deixar bem claro, no caso do nosso exemplo com produção automobilística, que o processo por nós aplicado descreve o fenômeno no decorrer do tempo e não o explica, e que, para isso, tornar-se-ia necessário a inclusão de outras variáveis, como: disponibilidade de matéria-prima, poder aquisitivo da população, oscilações no preço de combustíveis, políticas governamentais, etc., envolvendo assim um estudo de regressão múltipla, o que não seria mais nosso primordial objetivo.

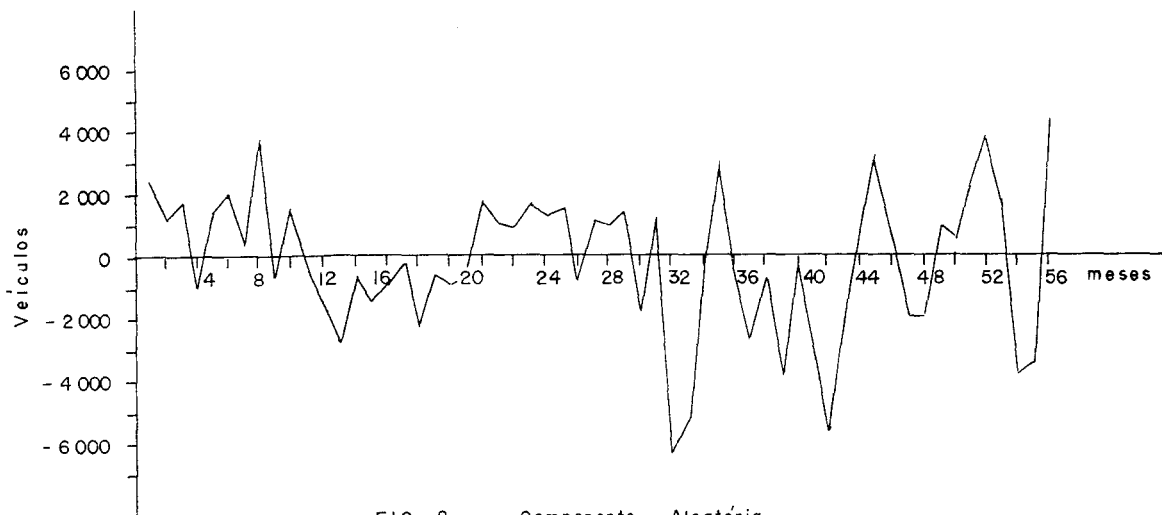


FIG. 8 — Componente Aleatória

#### IV — Cross-Correlation

Pode-se comparar duas séries temporais através da correlação entre elas (*cross-correlation*) para observar a liderança de uma série sobre a outra. Isto é feito da mesma forma que na autocorrelação, quando, ao invés de se correlacionar a série com ela mesma, usa-se uma outra série.

Fixa-se uma série e desloca-se a outra ao longo do eixo das abcissas, calculando-se as covariâncias:

$$R_{xy} = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n y_{n+r}$$

$$R_{yx} = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} y_n x_{n+r}$$

Convém observar que a correlação só pode ser feita utilizando-se séries estacionárias, o que implica em remover inicialmente as tendências. Calcula-se o desvio padrão de cada série e acha-se os coeficientes de *cross-correlation* por:

$$\rho_{xy} = \frac{R_{xy}}{S_x S_y}; \quad \rho_{yx} = \frac{R_{yx}}{S_x S_y}$$

Demonstra-se que  $-1 \leq \rho \leq 1$

Como exemplo, apresentaremos uma *cross-correlation* relacionada a uma hipótese sobre a passagem de mão-de-obra de um determinado setor econômico para outro setor econômico e vice-versa. No caso, trata-se de comparar a série referente à mão-de-obra do setor de transporte, do antigo Estado da Guanabara, através das estatísticas de pessoal ocupado, com a mão-de-obra do setor de material elétrico do mesmo Estado, no período de 1970 a 1973, totalizando 48 termos.

Na fig. 9 representamos as 2 séries com os respectivos números de estabelecimentos. Ajustamos a cada série uma equação linear para a tendência e fizemos para cada uma a diferença entre a série original e a tendência, obtendo-se uma série residual. Com estas duas séries calculamos os coeficientes de *cross-correlation* através do programa CROSS, e plotamos estes coeficientes na fig. 10.

Existe uma forte correlação negativa quando se adianta, de um mês, a série de material elétrico em relação a de material de transporte, o que mostra a possibilidade de haver a influência da primeira na segunda quanto à oscilação da mão-de-obra. Adiantando-se a série de material de transporte de aproximadamente 5 a 6 meses, existe uma forte correlação positiva, quando as duas séries estão em fase.

Chamando-se a série de material de transporte de X e a outra de Y, observa-se que, no fim de 1970, um estabelecimento da série X encerrou as suas atividades, diminuindo o número de pessoas ocupadas neste setor. Dois meses depois foi criado um novo estabelecimento na série Y, o que aumentou o número de pessoas neste setor. Porém, por volta de junho de 71, um estabelecimento de Y fechou e houve um crescimento em X sem um aumento no número de estabelecimentos até dezembro, quando uma outra indústria fechou. Logo depois, um novo estabelecimento de Y começou as suas atividades. Este movimento nos sugere a possibilidade da passagem de mão-de-obra entre os dois setores.

# GUANABARA

## PESSOAL OCUPADO NA INDÚSTRIA

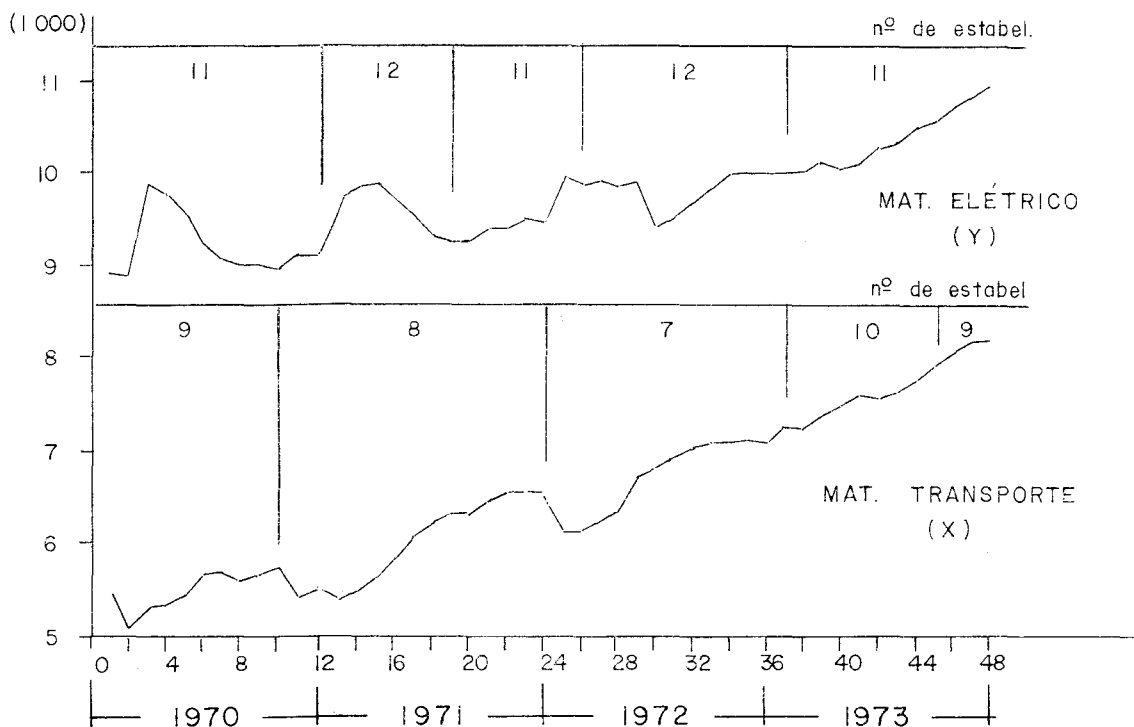


FIG. 9

Fonte: Ind. de Transf. - DEICOM

Para a comprovação da hipótese, devemos levar em consideração todos os outros setores, a quantidade de pessoal desocupado, etc. Deveríamos também pesquisar este fato em outras cidades, tentando uma generalização para não ser apenas um caso isolado no espaço. Também o tempo é importante já que, a partir de 1973, a influência de uma série sobre a outra se torna menos nítida, o que pode indicar um fenômeno ocorrido apenas num curto intervalo de tempo. De qualquer forma, a comprovação de uma hipótese como esta pode nos ser útil em planejamento.

Como um segundo exemplo, pesquisamos a influência da série de produção automobilística sobre a produção de pneumáticos. Eliminamos inicialmente os pneumáticos produzidos para reposição, já que estes estão correlacionados com a frota existente, e a quantidade produzida em 1973 foi aproximadamente de duas a três vezes o número de pneumáticos produzidos para primeiro equipamento.

A análise da dependência direta entre as séries de produção automobilística e de pneus para primeiro equipamento se torna extremamente complicada. (Há a considerar a exportação de pneus para carros de passeio, o que mostra uma boa oferta de pneus deste gênero). Pneus mais sofisticados como para tratores e certos caminhões são produzidos artesanalmente, o que implica em uma pequena produção, havendo as vezes importação destes tipos de pneumáticos; se estudarmos a influên-

# CROSS CORRELATION

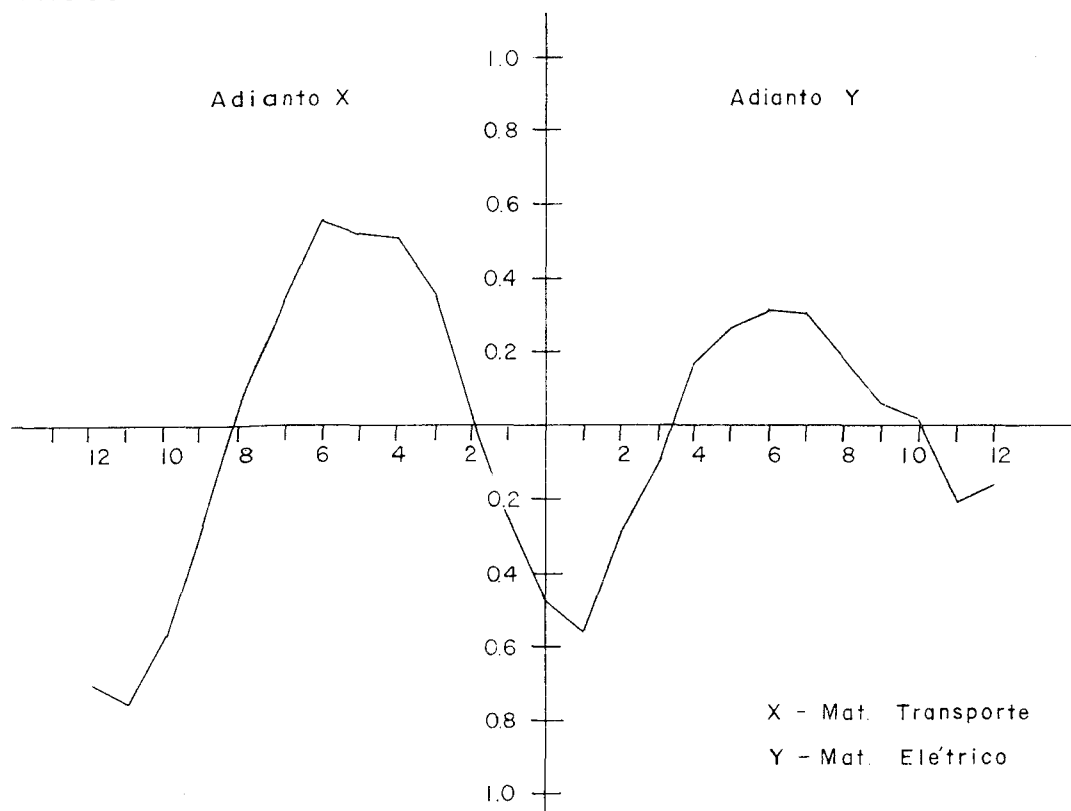


FIG. 10

## PRODUÇÃO AUTOMOBILÍSTICA E DE PNEUMÁTICOS (1º Equip.)

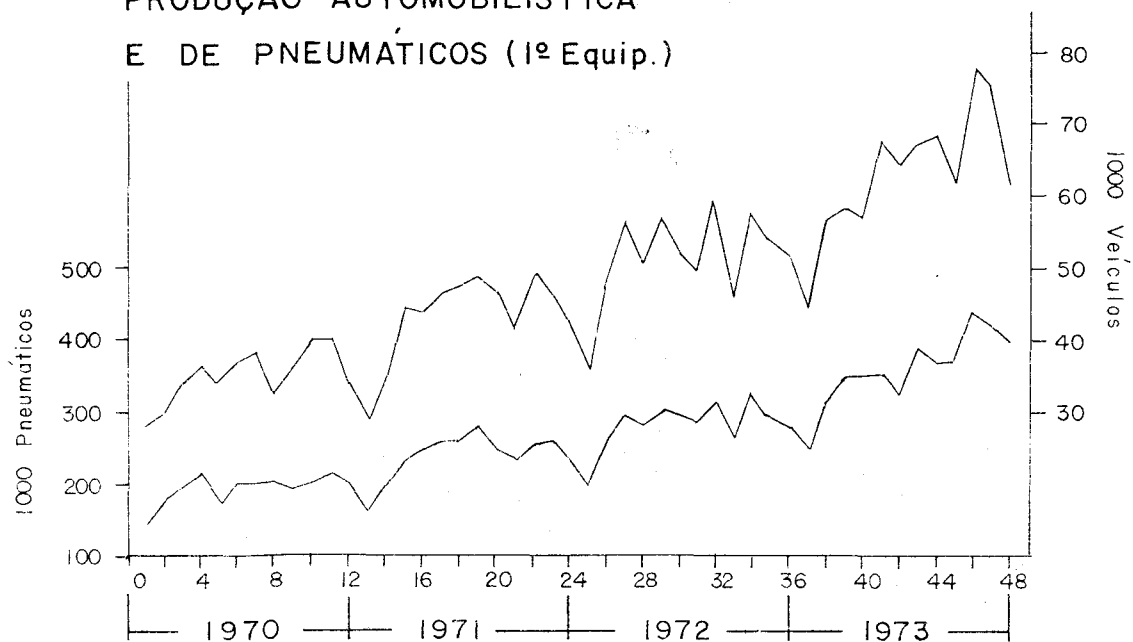


FIG. 11

## CROSS CORRELATION

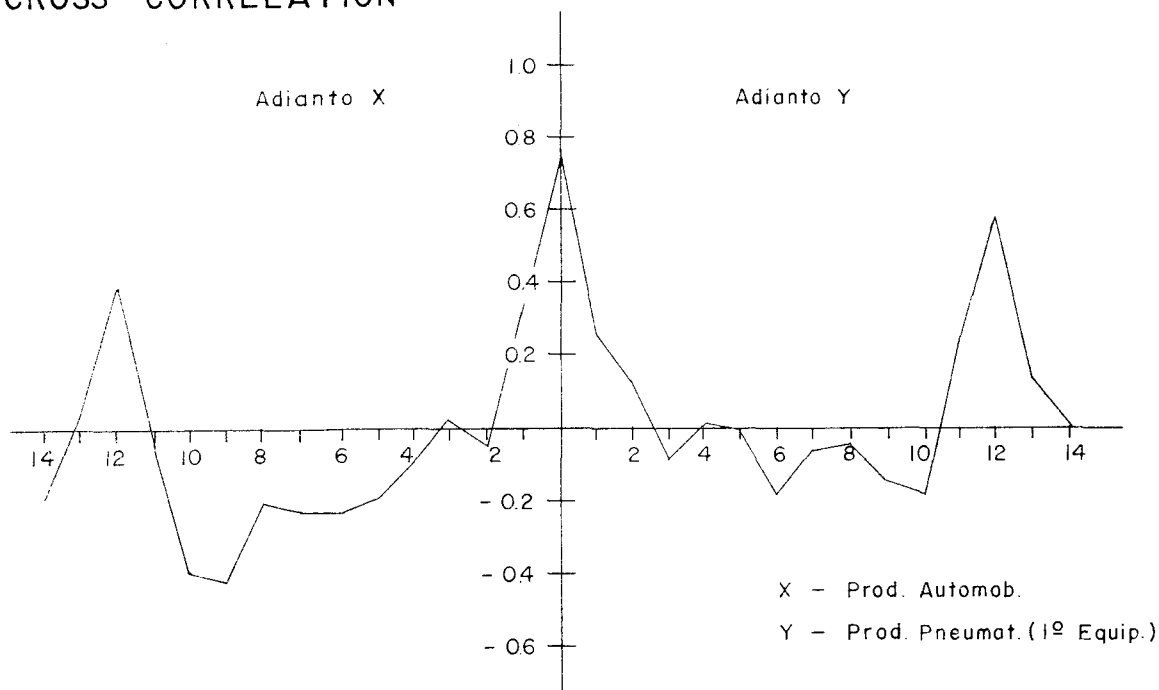


FIG. 12

cia entre elas, usando a *cross-correlation*, poderemos constatar variações que estejam relacionadas simplesmente a problemas de estocagem de pneus.

Tomamos as duas séries no período de 1970 a 1973, totalizando 48 termos (fig. 11). Ajustamos para a tendência uma reta e subtraímos da série original esta tendência, para cada série. Em seguida, obtivemos os coeficientes de correlação (*cross-correlation*) que plotamos na fig. 12.

Verificou-se que a correlação é máxima, quando não há defasamento entre as duas séries, o que mostra a simultaneidade entre elas e a impossibilidade de se apontar, estatisticamente, a liderança de uma sobre a outra.

### V — Uso e Determinação de Filtros

Uma outra forma de analisar uma série temporal, para obter as suas componentes, consiste em filtrar devidamente a série. Ao tratar de filtros vamos considerar apenas o trato de três componentes, tendência, ciclos e aleatória, sem fazer distinção entre ciclos e estacionais.

$$x(t) = h(t) + c(t) + a(t)$$

A partir de filtros, podemos chegar a qualquer componente de uma série, uma vez que existe correspondência entre as componentes e suas respectivas frequências, bastando utilizar os filtros no sentido de deixar passar ou não determinadas frequências. Assim, frequência baixa corresponderia à tendência, frequência média aos ciclos, e uma frequência elevada representaria as componentes randômicas.

A filtragem de uma série baseia-se no método de médias móveis. Calcula-se as médias para um número consecutivo de períodos de tempo (geralmente um número ímpar) e este valor é um termo da série filtrada. Se o período de tempo for três, somamos inicialmente os três primeiros termos da série original e dividimos o resultado por três, ou seja multiplicamos cada termo por 1/3 e os somamos. Este valor é o primeiro termo da nova série e corresponde ao segundo termo da série inicial. Neste caso, a nova série ou a série filtrada tem dois termos a menos que a original. Observe-se que a utilização da média com 3 termos serve para eliminar freqüências elevadas ou seja elimina variações na série inicial, já que cada termo da série filtrada é a média de alguns termos da série original, e a série resultante é mais suave que a original.

A transformação linear que filtra a série é da forma:

$$Y_t = \sum_{j=-m}^m a_j X_{t+j}$$

onde  $a_j$  são os pesos em número de  $2m + 1$  e  $y_t$  t-ésimo elemento da série filtrada, isto para uma média móvel de ordem  $2m + 1$ .

O tipo mais comum de médias móveis é a que adota pesos iguais. Os pesos normais são também muito utilizados, em que o peso central tem o valor da ordenada máxima da curva normal. Existem ainda outros tipos de pesos, com peso central máximo e os outros ponderados.

Escolhemos acima um filtro de ordem três, como poderíamos ter escolhido de ordem cinco, sete ou  $2m + 1$ . Um número ímpar de pesos implica em não haver defasamento entre a série original e a série filtrada já que sempre há um peso central. O número de pesos e o tipo de pesos devem ser levados em consideração para filtrar determinadas freqüências. Daí a necessidade de termos uma curva que mostre o espectro de freqüências que serão eliminadas em função dos pesos. Esta curva é denominada curva resposta de freqüência, na qual a abcissa traz as freqüências e na ordenada temos o grau de filtragem dado por

$$R(f) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^m a_k \text{sen}(2\pi f k)$$

onde  $f$  é a freqüência dada pelo inverso do período do ciclo.

Quando se utiliza pesos iguais, apenas o número de pesos influi na curva resposta de freqüência. Utilizando-se poucos pesos eliminam-se apenas freqüências muito elevadas. Conforme o número de pesos aumenta, elimina-se melhor as freqüências mais baixas, até no limite obter-se apenas a tendência da série original. Variando-se o número de

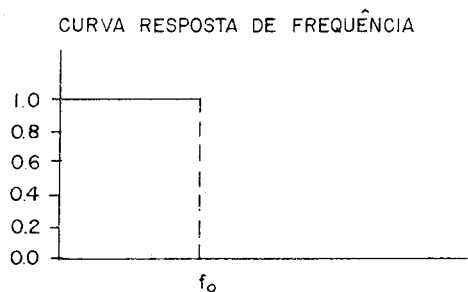


FIG. 13 - Filtro Ideal



pesos podemos obter tanto as componentes cíclicas, aleatórias como a tendência.

Quando se vai filtrar uma determinada série sabemos o tipo de frequência que se quer eliminar, ou seja se queremos eliminar frequências altas, médias ou baixas. Para a determinação do tipo e do número de pesos, podemos consultar várias curvas respostas de frequência e observar qual a que se ajusta melhor. Também podemos eliminar, a partir de uma frequência  $f_0$ , calculando-se os pesos por:

$$\alpha_n = \frac{1}{\pi n} \text{ sen } 2 \pi f_0 n \quad \text{e} \quad \alpha_0 = 2 f_0$$

Para obter-se boa aproximação da curva resposta de frequência, como na fig. 13, deve-se incluir um número elevado de pesos, sendo a causa principal de sua utilização ser limitada.

### SÉRIES FILTRADAS

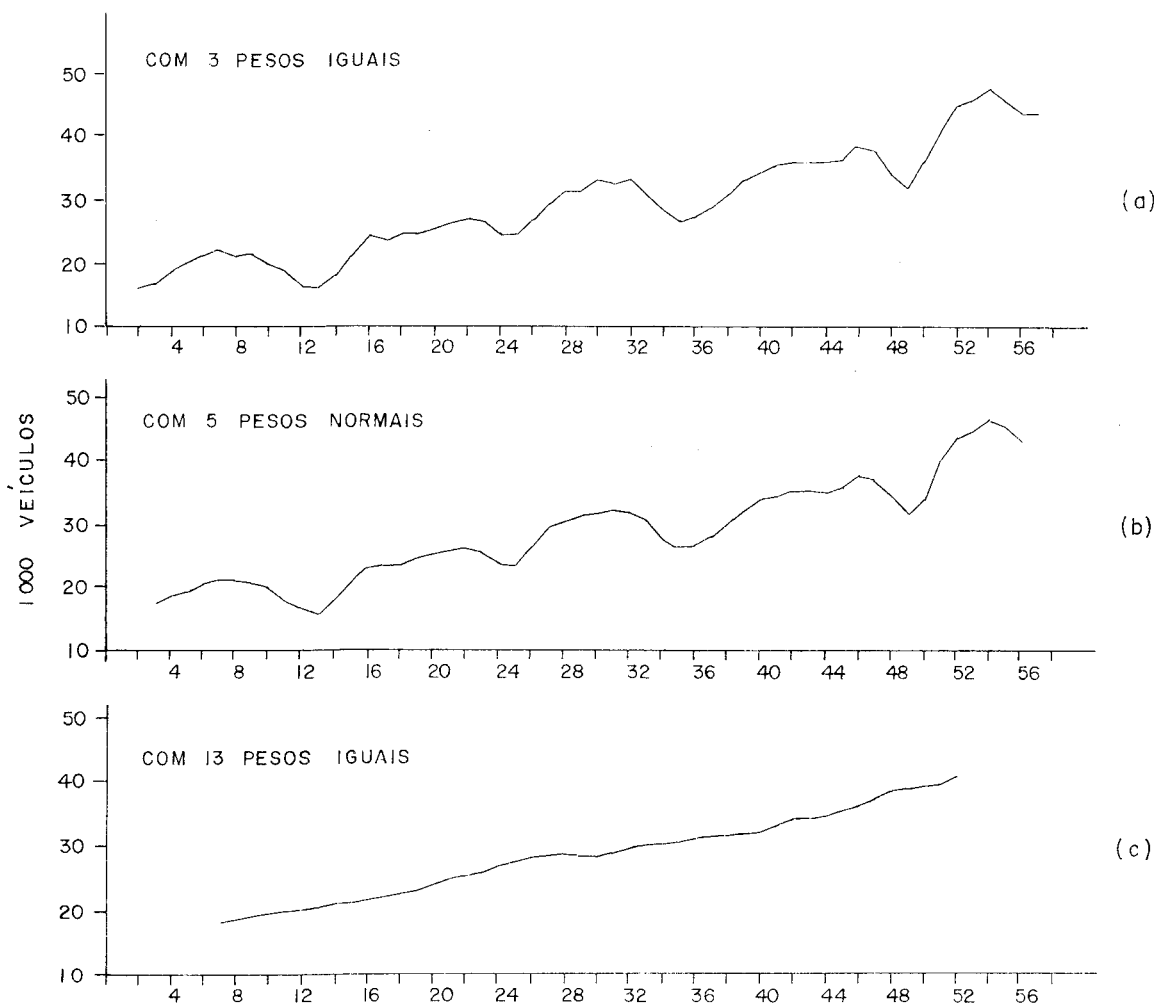


FIG. 14 -- PRODUÇÃO AUTOMOBILÍSTICA

As principais dificuldades na utilização de filtros são:

1 — A série filtrada contém menos elementos que o inicial. Numa série com  $2m + 1$  pesos, perde-se  $2m$  elementos da série.

2 — A escolha cuidadosa dos pesos de um filtro, já que estes podem criar flutuações cíclicas inexistentes. Também a ampliação de certas frequências indesejáveis (quando  $R(f) < 0$ ) é um problema que pode ser solucionado por exemplo com pesos normais. (Para o cálculo destes pesos — Tobler (1966)).

Algumas considerações para facilitar o uso de filtros:

1 — Quanto maior o número de pesos, melhor a aproximação para um filtro ideal, mas, no entanto, torna-se maior a perda de termos em relação a Série Original. Em geral, quando o número de pesos aumenta a resposta de frequência é mais seletiva, ou seja, uma melhor determinação da tendência:

2 — Para filtrar um determinado ciclo, o número de pesos deve ser no mínimo igual ao período do ciclo.

3 — É sempre melhor escolher uma frequência de corte maior do que a desejada, já que o grau de filtragem é pequeno perto deste ponto.

4 — Um filtro também serve para filtrar apenas uma faixa de frequência. Seja esta faixa compreendida entre  $f_1$  e  $f_2$  ( $f_1 < f_2$ ). Filtra-se inicialmente a série até  $f_2$ , eliminando-se as frequências elevadas e, em seguida, filtra-se a mesma série original até  $f_1$ , deixando passar apenas as frequências baixas. Da diferença entre as duas séries obtém-se uma série residual contendo apenas frequências médias.

Para exemplificar, utilizamos a mesma série de produção automobilística (fig. 1). Para a eliminação de frequências elevadas ajustamos inicialmente um filtro de 3 pesos iguais. A série resultante e a curva resposta de frequência para esses pesos estão nas figs. 14 e 15, respecti-

#### CURVAS RESPOSTA DE FREQUÊNCIA

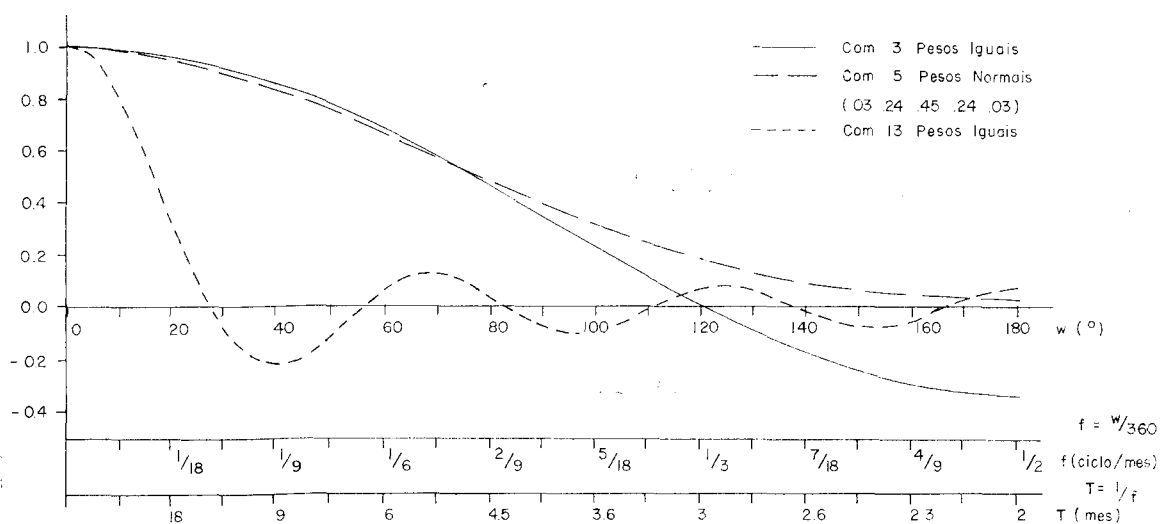


FIG 15 — Curvas Resposta de Frequência correspondentes aos Filtros da Fig 14, com as escalas: Frequência Angular, Frequência e Período.

vamente. A partir da frequência de 1/3 de ciclo/mês, ou seja ciclos de período menor do que três meses, podem ser observados na série filtrada, em particular, ciclos de período de 2 meses. Para eliminar estas frequências utilizamos, ao invés deste filtro, um outro de 5 pesos normais (fig. 14b) na série original. Observamos na curva resposta de frequência (fig. 15) que não existe ampliação de frequências altas, e, neste caso, este filtro se ajusta melhor à eliminação da componente aleatória.

Para a determinação de tendência utilizamos um filtro com 13 pesos iguais. Perdemos ao todo 12 pontos, 6 no início e 6 no final, que é uma desvantagem quando pensamos em projeções. A série filtrada se encontra na fig. 18 e a curva resposta de frequência na fig. 19. Numa frequência de 1/18 de ciclo por mês (ciclo de período de 18 meses) mais de 60% já é eliminado, um ótimo filtro para a determinação da tendência.

## VI — Conclusão

O que desenvolvemos aqui, além de ser uma apresentação da análise de séries temporais, também é uma introdução para um processo temporal mais complexo como a difusão, que é um processo dependente do tempo e do espaço.

Muitos autores (Harvey, 1968) tem mostrado as semelhanças básicas entre a análise de séries temporais e a de séries espaciais. Também é sabido que técnicas desenvolvidas no domínio do tempo podem ser adaptadas para processos espaciais, como é o caso do cálculo dos coeficientes de autocorrelação e o uso de espectros de frequência (periodograma). Assim sendo, pode-se prever as propriedades estatísticas de uma distribuição espacial a partir das propriedades estatísticas da série temporal.

## BIBLIOGRAFIA

- COVA, Harvey. *Análise das Séries Temporais*, Rio de Janeiro: Escola Nacional de Ciências Estatísticas, 1969.
- BASSET K., e Norcliffe, G. "Filter Theory and Filter Methods in Geographical Research", Dept. of Geography, University of Bristol, Seminar Paper, 1969.
- HARVEY, David W. "Patterns, Process and the Scale Problem in Geographical Research". *Transactions, Institute of British Geographers* n.º 45, 1968.
- KENDAL, M. G., e Stuart, A. *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. 3, London, 1966.
- MONTELLO, Jessé. *Estatística para Economistas*, Rio de Janeiro: APEC Editora, 1970.
- TINLINE, R. "Time Series Analysis". *International Geographical Congress*; Montreal, 1972.

Programas realizados para o estudo de séries temporais no Setor de Pesquisas Urbanas do Departamento de Geografia do IBGE., escritos por Ernst Willy Küffer.

a) PROGRAMA CAC

Finalidade: Determinação dos Coeficientes de Autocorrelação para uma Série Estacionária.

Input:

NTSI = n.º de termos da Série Inicial

KF = A defasagem máxima que deve ser dada na série  
( $KF \leq NTSI/2$ )

X = Série Residual Inicial

Output:

X = Série Residual Inicial

KF = O defasamento máximo

C(k) = Estimador da Covariância da ordem k da Série

R = Coeficientes de Autocorrelação

PROGRAMA CAC

```

INTEGER T,T2
DIMENSION X(100),C(100),R(100)
READ(5,1)NTSI,KF
1  FORMAT(213)
   READ(5,2) (X(I),I=1,NTSI)
2  FORMAT(10F8.0)
   KF1=KF+1
   DO3K=1,KF1
     KO=K-1
     NK=NTSI-KO
     S1=0.
     S2=0.
     S3=0.
     DO4T=1,NK
       S1=S1+X(T)*X(T+KO)
4   S2=S2+X(T)
     T2=KO+1
     DO5T=T2,NTSI
5   S3=S3+X(T)
3   C(K)=(S1-S2*S3/FLOAT(NK))/FLOAT(NK)
     DO7K=1,KF
7   R(K)=C(K+1)/C(1)
     WRITE(6,8)KF
8   FORMAT(1,////,20X,'DETERM. DOS. COEF. DE AUTOCORRELA-
   ÇÃO'+//,15X,'DEFAS. MÁXIMO : KF = ',I3,////,15X,' SÉRIE RE-
   SIDUAL', + ' INICIAL',//)
     WRITE(6,9) (X(L),L=1,NTSI)
9   FORMAT(10F8.0)
     WRITE(6,10)
10  FORMAT(////,15X,'COVARIÂNCIAS',//)
     WRITE(6,11) (C(J),J=1,KF1)
11  FORMAT(5X,F14.1,/)
     WRITE(6,12)
12  FORMAT(////,15X,'COEFICIENTES DE AUTOCORRELAÇÃO',//)
     WRITE(6,13) (R(I),I=1,KF)

```

```
13 FORMAT(5X,F14.7,/)
STOP
END
```

b) *Programa PDOG*

Finalidade: Determinação do Periodograma

INPUT:

NTSI = n.º de termos da Série Inicial  
X = Série Residual Inicial

OUTPUT:

X = Série residual inicial  
J,C(J) = Período e sua respectiva ordenada

PROGRAMA PDOG

```
INTEGER PLINH,T
DIMENSION X(100),S(100),XMED(100),C(50)
READ(5,2)NTSI
2 FORMAT(I3)
READ(5,3) (X(I),I=1,NTSI)
3 FORMAT(10F8.0)
PI=3.1416
NO=NTSI/2
DO4LINH=2,NO
SOMAT=0.
SOMBT=0.
DO5L=1,PLINH
KONT=0
S(L)=0.
DO6J=L,NTSI,PLINH
S(L)=S(L)+X(J)
6 KONT=KONT+1
5 XMED(L)=S(L)/FLOAT(KONT)
DO9T=1,PLINH
SOMAT=SOMAT+XMED(T)*COS(2.*PI*FLOAT(T)/FLOAT
(PLINH))
9 SOMAT=SOMAT+XMED(T)*SIN(2.*PI*FLOAT(T)/FLOAT
(PLINH))
SOMAT=2.*SOMAT/FLOAT(PLINH)
SOMBT=2.*SOMBT/FLOAT(PLINH)
4 C(PLINH) = SORT(SOMAT**2+SOMBT**2)
WRITE(6,12)NTSI
12 FORMAT('1',////,20X,'NÚMERO DE TERMOS DA SÉRIE INI-
CIAL = ',+I3,/,20X,'PERIODOGRAMA',////,40X,'SÉRIE RESI-
DUAL INICIAL',/)
+WRITE(6,13) (X(J),J=1,NTSI)
13 FORMAT(10F11.0)
WRITE(6,20)
20 FORMAT(///,20X,'ORDENADAS DO PERIODOGRAMA',/)
DO14J=2,NO
14 WRITE(6,15)J,C(J)
15 FORMAT(5X,I3,5X,F12.2)
STOP
END
```

c) *PROGRAMA ESTAC*

Finalidade: Determinação dos Estacionais para o Cálculo da Componente Estacional

Input:

NTSI = n.º de termos da série inicial

X = série original

Output:

X = série original

E = os 12 estacionais

PROGRAMA ESTAC

```
REAL MEST
DIMENSION X(100),XAST(100),Y(100),EAST(100),E(12)
READ(5,2)NTSI
2  FORMAT(I3)
   REAL(5,3)(X(I),1=1,NTSI)
3  FORMAT(10F8.0)
   J6=NTSI-6
   N=NTSI/12
   DO4I=7,J6
   S=0.
   DO5L=1,11
   LL=I+L-6
5  S=S+X(LL)
   XAST(I)=X(I-6)+2.*S+X(I+6)
4  Y(I)=X(I)/XAST(I)
   DO8L=1,6
   SY=0.
   DO7I=1,N
   M=12*I+L
   IF(M-J6)7,7,9
7  SY=SY+Y(M)
   EAST(L)=SY/FLOAT(N)
   GOTO8
9  EAST(L)=SY/FLOAT(N-1)
8  CONTINUE
   DO11L=7,12
   SY=0.
   DO12I=1,N
   ID=I-1
   M=12*ID+L
   IF(M-J6)12,12,13
12 SY=SY+Y(M)
   EAST(L)=SY/FLOAT(N)
   GOTO 11
13 EAST(L)=SY/FLOAT(N-1)
11 CONTINUE
   SEST=0.
   DO15J=1,12
15 SEST=SEST+EAST(J)
   MEST=SEST/12,
   DO16J=1,12
16 E(J)=EAST(J)/MEST
   WRITE(6,17)
```

```

17 FORMAT('1',////,20X,'DETERMINAÇÃO DOS ESTACIONAIS',
+///,40X,'SERIE ORIGINAL',//)
WRITE(6,18) (X(L),L=1,NTSI)
18 FORMAT(10F8.0)
WRITE(6,19)
19 FORMAT(////,40X'ESTACIONAIS',//)
WRITE(6,20) (E(J),J=1,12)
20 FORMAT(F14.6,/)
STOP
END

```

d) *PROGRAMA CICLO*

Finalidade: Cálculo das variações cíclicas e das variações estacionais através da Série de Fourier

$$\widehat{XT(T)} = XM + \sum_{k=1}^{\infty} \left( A(k) \cos \frac{2\pi k T}{P} + B(K) \sin \frac{2\pi k T}{P} \right)$$

INPUT:

NTSI = n.º de termos da série inicial  
P = Período da série  
X = Série Residual Inicial

OUTPUT:

X = Série Residual Inicial  
XT = Variações Cíclicas  
RESD = Série Residual; diferença entre a série inicial e a componente cíclica  
RESI2 = Quadrado dos Resíduos  
XM,A(K),B(K) = Coeficientes da Série de Fourier

PROGRAMA CICLO

```

INTEGER P,Q,T,PO,SS
DIMENSION X(100),S(100),A(25),XT(100),RESD(100),B(25)
PI=3.1416
RESI2=0.
READ(5,2) NTSI,P
2 FORMAT(2I3)
READ(5,3) (X(L),L=1,NTSI)
3 FORMAT(10F8.0)
Q=NTSI/P
PQ=FLOAT(P)*FLOAT(Q)
DO4L=1,P
KONT=0.
S(L)=0.
DO5J=L,NTSI,P
S(L)=S(L)+X(J)
5 KONT=KONTI+1
4 S(L)=S(L)/FLOAT(KONT)
XM=0.
DO7T=1,P
7 XM=XM+S(T)
XM=XM/FLOAT(P)
PO=(P-1)/2
DO8SS=1,PO
A(SS)=0.

```

```

B(SS)=O.
DO9T=1,P
A(SS)=A(SS)+S(T)*COS(2.*PI*SS*FLOAT(T)/FLOAT(P))
9 B(SS)=B(SS)+S(T)*SIN(2.*PI*SS*FLOAT(T)/FLOAT(P))
A(SS)=A(SS)*2./FLOAT(P)
8 B(SS)=B(SS)*2./FLOAT(P)
DO10T=1,NTSI
XT(T)=XM
DO11K=L,PO
11 XT(T)=XT(T)+A(K)*COS(2.*PI*FLOAT(K)*FLOAT(T)/
FLOAT(P))
*+B(K)*SIN(2.*PI*FLOAT(K)*FLOAT(T)/FLOAT(P))
RESD(T)=X(T)-XT(T)
10 RESI2=RESI2+RESD(T)**2
WRITE(6,12)
12 FORMAT(///,30X,'COMP. CÍCLICA',//,'SÉRIE INICIAL',/)
WRITE(6,13)(X(I),I=1,NTSI)
13 FORMAT(10F8.0)
WRITE(6,14)
14 FORMAT(///,10,'VARIACÕES CÍCLICAS',/)
WRITE(6,15)(XT(I),I=1,NTSI)
15 FORMAT(10F9.1)
WRITE(6,16)XM
16 FORMAT(///,10X,'XM=',F14.5,///,10X,'A(K)',/)
WRITE(6,17)(A(K),K=1,PO)
17 FORMAT(5F14.3)
WRITE(6,18)
18 FORMAT(///,10X,'B(K)',/)
WRITE(6,19)(B(K),K=1,PO)
19 FORMAT(5F14.3)
WRITE(6,20)
20 FORMAT(///,10X,'SERIE RESIDUAL',/)
WRITE(6,21)(RESD(K),K=1,NTSI)
21 FORMAT(10F8.0)
WRITE(6,22)RESI2
22 FORMAT(///,10X,'QUADRADO DOS RESÍDUOS',2X,F14.1)
STOP
END

```

e) *PROGRAMA CROSS*

Finalidade: Determinação dos Coeficientes de Cross-Correlation

INPUT:

NTSI = n.<sup>o</sup> de termos das Séries Iniciais  
 KF = Defasagem máxima ( $KF \leq NTSI/2$ )  
 X,Y = Séries Residuais Iniciais, de médias iguais a zero

OUTPUT:

X,Y = Séries Residuais Iniciais  
 SX(K) = Estimador da Covariância de Ordem K da Série X  
 SY(K) = Estimador da Covariância de Ordem K da Série Y  
 RXY(k) = Cross-Correlation de Ordem K da Série X com Série Y  
 RYX(K) = Cross-Correlation de Ordem K da Série Y com a Série X  
 ROXY(K) = Coeficiente de Cross-Correlation de Ordem K da Série X  
 com a Série Y  
 ROYX(K) = Coeficiente de Cross-Correlation de Ordem K da série Y  
 com a série X



PROGRAMA CROSS

```

DIMENSION X(100),Y(100),SX(50),SY(50),RXY(50),RYX(50),
+ROXY(50),ROYX(50)
READ(5,2) NTSI,KF
2  FORMAT(2I3)
   READ(5,3) (X(I),I=1,NTSI)
   READ(5,3) (Y(J),J=1,NTSI)
3  FORMAT(10F8.0)
   KF=KF+1
   DO4K=1,KF
   KK=K-1
   NK=NTSI-KK
   SX(K)=O.
   SY(K)=O.
   RXY(K)=O.
   RYX(K)=O.
   DO5N=1,NK
   SX(K)=SX(K)+X(N)*X(N+KK)
   SY(K)=SY(K)+Y(N)*Y(N+KK)
   RXY(K)=RXY(K)+X(N)*Y(N+KK)
5  RYX(K)=RYX(K)+Y(N)*X(N+KK)
   SX(K)=SX(K)/FLOAT(NK)
   SY(K)=SY(K)/FLOAT(NK)
   RXY(K)=RXY(K)/FLOAT(NK)
4  RYX(K)=RYX(K)/FLOAT(NK)
   DXY=SQRT(SX(1)*SY(1))
   DO15L=1,KF
   ROXY(L)=RXY(L)/DXY
15 ROYX(L)=RYX(L)/DXY
   WRITE(6,6)
6  FORMAT('1',///,25,'CROSS CORRELATION',///,15X,'SERIE X',/)
   WRITE(6,50) (X(I),I=1,NTSI)
50 FORMAT(10F8.0)
   WRITE(6,7)
7  FORMAT(///,15X,'SERIE Y',/)
   WRITE(6,50) (Y(J),J=1,NTSI)
   WRITE(6,8)
8  FORMAT(///,15X,'AUTO CORRELAÇÃO X',/)
   WRITE(6,9) (SX(L),L=1,KF)
9  FORMAT(2X,F14.1)
   WRITE(6,10)
10 FORMAT(///,15X,'AUTO CORRELAÇÃO Y',/)
   WRITE(6,9) (SY(L),L=1,KF)
   WRITE(6,11)
11 FORMAT(///,15X,'CROSS CORRELATION XY',/)
   WRITE(6,9) (RXY(J),J=1,KF)
   WRITE(6,12)
12 FORMAT(///,15X,'CROSS CORRELATION YX',/)
   WRITE(6,9) (RYX(J),J=1,KF)
   WRITE(6,13)
13 FORMAT(///,15X,'COEF. DE CROSS CORREL. XY',/)
   WRITE(6,14) (ROXY(L),L=1,KF)
14 FORMAT(2X,F14.4)
   WRITE(6,16)
16 FORMAT(///,15X,'COEF. DE CROSS CORREL. YX',/)
   WRITE(6,14) (ROYX(L),L=1,KF)
   STOP
   END

```

f) *PROGRAMA FILTRO*

(aplicável IBM 1130 com PLOTTER)

Finalidade: Cálculo da série filtrada, a partir da série original e dos pesos dados

Determinação da curva resposta de frequência

INPUT:

NTSI = n.º de termos da série inicial

N = n.º de pesos

A = pesos

X = série inicial

OUTPUT:

1)

X = série original

Y = série filtrada

A = pesos

2) Plotter:

Gráfico da série original, da série filtrada e da curva resposta de frequência para os pesos dados

*PROGRAMA FILTRO*

```
INTEGER T
DIMENSION A(29),X(60),Y(60)
WRITE(1,7)
7 FORMAT(3X,'PONHA APENAS NA POSIÇÃO)
READ(5,1)NTSI,N
1 FORMAT(I3,I2)
WRITE(6,11)NTSI
11 FORMAT('1'///,20X,'ESTUDO DE SÉRIES TEMPORAIS',//,
20X,+ 'NÚMERO DE TERMOS DA SÉRIE INICIAL ='I3//,5X,
'PESOS—',/)
READ(5,4) (A(J),J=1,N)
4 FORMAT(F14.6)
WRITE(6,4) (A(J),J=1,N)
WRITE(6,6)
6 FORMAT(///,10X,'SÉRIE ORIGINAL',//)
READ(5,100) (X(I),I=1,NTSI)
100 FORMAT(9F8.1)
DO2I=1,NTSI
XI=FLOAT(I)
2 WRITE(6,12) XI,X(I)
12 FORMAT(5X,F5.0,10X,F8.1)
C CÁLCULO DA SÉRIE FILTRADA
NTSF=NTSI-N+1
DO5T=1,NTSF
Y(T)=0.
DO5J=1,N
KK=T-1+J
5 Y(T)=Y(T)+A(J)*X(KK)
WRITE(6,15)
15 FORMAT(/////,10X,'SÉRIE FILTRADA',//)
DO10 I=1,NTSF
YI=FLOAT(I)
```

```

10 WRITE (6,18) YI, Y(I)
18 FORMAT(5X,F5.0,10X,F8.1)
C   TRAÇADO DO GRÁFICO 1
    PAUSE 11
    CALL SCALF(0.1953,0.0782,0.,0.)
    CALL FGRID(0,0.,0.,2.,30)
    CALL FGRID(1,0.,0.,0.,12)
    X(1)=X(1)/1000.
    CALL FPLOT(+3,1.,X(1))
    CALL FPLOT(+2,1.,X(1))
    DO9J=2,NTSI
    XI=FLOAT(J)
    X(J)=X(J)/1000.
9   CALL FPLOT(0,XI,X(J))
    CALL FCHAR(0.,65.,0.125,0.2,0.)
    WRITE(2,21)
21  FORMAT('SERIE ORIGINAL')
C   EIXO HORIZONTAL
    DO22L=1,61,2
    M=L-1
    D=FLOAT(M)
    CALL FCHAR(D, -4.,0.0625,0.125,0.)
22  WRITE(2,23) D
23  FORMAT(F3.0)
    CALL FCHAR(61., -4.,0.0625,0.127,0.)
    WRITE(2,24)
24  FORMAT('MESES')
C   EIXO VERTICAL
    DO25I=1,61,5
    M=I-1
    D=FLOAT(M)
    CALL FCHAR(-2.,D,D.0625,0.125,0.)
25  WRITE(2,26) D
26  FORMAT(F3.0)
C   SEGUNDO GRÁFICO
    CALL FPLOT(+3,0.,-82.5)
    CALL SCALF(0.1953,0.0782,0.,0.)
    CALL FGRID(0,0.,0.,2.,30)
    CALL FGRID(1,0.,0.,5.,12)
    Y(1)=Y(1)/1000.
    M=(N-1)/2+1
    YI=FLOAT(M)
    CALL FPLOT(+3,YI,Y(1))
    CALL FPLOT(+2,YI,Y(1))
    DO28J=2,NTSF
    L=M+J-1
    YI=FLOAT(L)
    Y(J)=Y(J)/1000.
28  CALL FPLOT(0,YI,Y(J))
    CALL FCHAR(0.,65.,0.125,0.2,0.)
    M=(N-1)/2
    WRITE(2,29) M
29  FORMAT('SÉRIE FILTRADA M = ',I2)
C   EIXO HORIZONTAL
    DO30L=1,61,2
    M=L-1

```

```

D=FLOAT(M)
CALL FCHAR(D,—4.,0.0625,0.125,0.)
30 WRITE (2,31) D
31 FORMAT (F3.0)
CALL FCHAR(61.,—4.,0.0625,0.125,0.)
WRITE (2,32)
32 FORMAT ('MESES')
C EIXO VERTICAL
DO33I=1,61,5
M=I—1
D=FLOAT(M)
CALL FCHAR(—2.,D,0.0625,0.125,0.)
33 WRITE (2,34) D
34 FORMAT (F3.0)
C CURVA RESPOSTA DE FREQUÊNCIA
CALL FPLOT(+3,72.,60.)
CALL SCALF(0.0391,1.953,0.,0.)
CALL FGRID(0,0.,0.,10.,18)
CALL FGRID(1,0.,0.,0.2,5)
CALL FPLOT(+3,0.,1.)
CALL FPLOT(+2,0.,1.)
W=2.
51 ANGR=3.14*W/180.
M=(N—1)/2
RW=A(M+1)
DO50J=1,M
L=M—J+1
RJ=FLOAT(J)
50 RW=RW+2.*A(L)*COS(RJ*ANGR)
CALL FPLOT(O,W,RW)
W=W+2.
IF(W—180.)51,51,52
52 DO60L=1,181,10
C EIXO HORIZONTAL
M=L—1
D=FLOAT(M)
CALL FCHAR(D,—0.2,0.0625,0.125,0.)
60 WRITE (2,61) D
61 FORMAT (F4.0)
CALL FCHAR(190.,—0.2,0.0625,0.125,0.)
WRITE (2,62)
62 FORMAT ('W (GRAUS)')
C EIXO VERTICAL
D063I=1,11,2
M=I—1
D=FLOAT(M)/10.
CALL FCHAR(—10.,D,-0.0625,0.125,0.)
63 WRITE (2,64) D
64 FORMAT (F3.1)
CALL EXIT
END

```